UMF
UNIVERSITATEA DE
MEDICINĂ ŞI FARMACIE
IULIU HAŢIEGANU
CLUJ-NAPOCA

# Éléments de théorie des PROBABILITÉS

„Medicine is a science of uncertainty and an art of probability"

*(William Osler)*

# Plan du cours …

- **Notions fondamentales de la théorie des probabilités**
- **Concept de probabilité**
- **Probabilité conditionnelle**
- **Théorème de Bays**
- **Applications MEDICALES de la théorie des probabilités**

# Éléments de théorie des probabilités

Pourquoi on apprend la notion de probabilité ?

- ✓ notion fondamentale de la statistique inférentielle
- ✓ notions de risque/ probabilité sont omniprésentes dans le domaine médical

# Probabilités utilisés en termes de risque d’une maladie ou des complications d’une maladie:

> J Clin Periodontol. 2021 Apr;48(4):483-491. doi: 10.1111/jcpe.13435. Epub 2021 Feb 15.

## Association between periodontitis and severity of COVID-19 infection: A case-control study

Nadya Marouf [1], Wenji Cai [2], Khalid N Said [1], Hanin Daas [3], Hanan Diab [1], Venkateswara Rao Chinta [4], Ali Ait Hssain [4], Belinda Nicolau [2], Mariano Sanz [5], Faleh Tamimi [3]

Affiliations + expand

PMID: 33527378 PMCID: PMC8014679 DOI: 10.1111/jcpe.13435

Free PMC article

FULL TEXT LINKS

ACTIONS

Lien vers l’article: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33527378/

**Objectif de l’ étude:**

Tester si la parodontite est associée aux complications de la COVID-19.

TABLE 3 Associations between periodontal condition and COVID-19 complications

| Periodontal condition | Controls (*n* = 528) | Cases: All COVID complications (*n* = 40) | Unadjusted OR (95% CI) |
|---|---|---|---|
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 7 (17.5) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 33 (82.5) | 6.34 (2.79–14.61) |
| | | Cases: death (*n* = 14) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 1 (7.1) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 13 (92.9) | 17.5 (2.27–134.8) |
| | | Cases: ICU admission (*n* = 36) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 7 (19.4) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 29 (80.6) | 5.57 (2.40–12.9) |
| | | Cases: need for assisted ventilation (*n* = 20) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 3 (15.8) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 17 (85.0) | 7.31 (2.21–26.3) |

# Probabilités utilisés en termes de risque d'une maladie ou des complications d'une maladie: exemple d'un article scientifique

Observational Study > Thromb Res. 2021 Feb;198:34-39. doi: 10.1016/j.thromres.2020.11.017.
Epub 2020 Nov 17.

## Pulmonary embolism in COVID-19 patients: prevalence, predictors and clinical outcome

Fernando Scudiero [1], Angelo Silverio [2], Marco Di Maio [3], Vincenzo Russo [4], Rodolfo C
Davide Personeni [1], Andrea Cafro [1], Antonello D'Andrea [5], Emilio Attena [6], Salvatore
Mario Enrico Canonico [8], Gennaro Galasso [2], Antonino Pitì [1], Guido Parodi [9], Cov-IT N

**Objectifs de l' étude:**

i) décrire les caractéristiques de base de patients COVID-19 atteints d'embolie pulmonaire;

ii) identifier les facteurs de risque associés a l'embolie pulmonaire dans le contexte de la COVID-19;

**Table 2** Univariable analysis for the comparison of PE occurrence (*n* = 1240)

| Variables | Diagnosis of PE No (*n* = 1137) | Diagnosis of PE Yes (*n* = 103) | OR (95% CI) |
|---|---|---|---|
| Treatment before hospitalization, *n* (%) | | | |
| Therapeutic dose anticoagulation | 131 (11.5) | 5 (4.9) | 0.40 (0.14–0.91) |
| VKA | 46 (4.0) | 1 (1.0) | 0.27 (0.01–1.22) |
| NOAC | 77 (6.8) | 1 (1.0) | 0.15 (0.01–0.70) |
| Heparin | 8 (0.7) | 3 (2.9) | 4.36 (0.89–15.7) |
| ACEi | 203 (17.9) | 15 (14.6) | 0.79 (0.43–1.36) |
| ARB | 166 (14.6) | 11 (10.7) | 0.71 (0.35–1.30) |
| Clinical characteristics | | | |
| NYHA functional class, *n* (%) | | | |
| I–II | 502 (49.8) | 32 (36.4) | Ref. |
| III–IV | 507 (50.2) | 56 (63.6) | 1.73 (1.11–2.75) |

Values are n (%) or mean ± SD. PE, pulmonary embolism; OR, odds ratio; Ref= reference category; 95% CI, 95% confidence interval; VKA, vitamin K antagonist;
NOAC, non-vitamin K antagonist oral anticoagulant; ACEi, angiotensin-converting enzyme inhibitor; ARB, angiotensin II receptors blocker; NYHA,New York Heart Association

Source: Scudiero F, Silverio A, Di Maio M, Russo V, Citro R, Personeni D, Cafro A, D'Andrea A, Attena E, Pezzullo S, Canonico ME, Galasso G, Pitì A, Parodi G; Cov-IT Network. Pulmonary embolism in COVID-19 patients: prevalence, predictors and clinical outcome. Thromb Res. 2021 Feb;198:34-39. doi: 10.1016/j.thromres.2020.11.017. (lien vers l' étude: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33271421/)

# Probabilités utilisés en termes d'une confiance de 95% (probabilité de 0,95) : exemple d'un article scientifique

Randomized Controlled Trial > Clin Breast Cancer. 2022 Jun;22(4):359-366.
doi: 10.1016/j.clbc.2022.01.008. Epub 2022 Jan 31.

## The Cardioprotective Effect of Vitamin D in Breast Cancer Patients Receiving Adjuvant Doxorubicin Based Chemotherapy

Noha A El-Bassiouny [1], Maged W Helmy [2], Mostafa Alaa Eldin Hassan [3], Gehan A Khedr [4]

**Objectif principal de etude:**

- étudier l'effet protecteur potentiel de la vitamine D (Vit D) sur la cardiotoxicité induite par la DOX (CIVD) chez les patientes atteintes d'un cancer du sein précoce recevant une chimiothérapie adjuvante à base de DOX (AC).

Table 2 Serum Levels of Vit D in Control Group and Vit D Group at Baseline and After 4 Cycles of AC

| Vit D Baseline (ng/mL) | Control Group (n = 50) | Vit D Group (n = 50) |
|---|---|---|
| Min-Max | 15.50 - 24.20 | 15.50 - 31.60 |
| Mean ± SD | 20.65 ± 2.22 | 21.37 ± 3.07 |
| 95% CI for mean | 20.01 - 21.28 | 20.50 - 22.25 |
| **Vit D after 4x AC (ng/mL)** | **Control Group (n = 50)** | **Vit D Group (n = 50)** |
| Min-Max | 14.70 - 23.40 | 20.70 - 36.30 |
| Mean ± SD | 18.90 ± 2.27[a] | 28.62 ± 4.81[bc] |
| 95% CI for mean | 18.25 - 19.54 | 27.25 - 29.99 |

Source: El-Bassiouny NA, Helmy MW, Hassan MAE, Khedr GA. The Cardioprotective Effect of Vitamin D in Breast Cancer Patients Receiving Adjuvant Doxorubicin Based Chemotherapy. Clin Breast Cancer. 2022 Jun;22(4):359-366. Lien vers l'article: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/35241369/

# NOTIONS FONDAMENTALES: Expérience aléatoire, évènement

*Définitions:*

- ❑ **Expérience aléatoire:** une expérience dont le résultat est dû au hasard
- ❑ **Résultats de l'expérience**
- ❑**Evénement:** toute proposition logique associée à une partie ou sous-ensemble des résultats de l'expérience.

  Notation: A, B, S, etc.

  Représentation ensembliste: par diagramme de Venn
- ❑ **Événement aléatoire**= événement qui peut ou ne pas se réaliser dans une expérience aléatoire

*Exemple 1:*

❑ **expérience aléatoire** : détermination du groupe sanguine chez un patient choisi de façon aléatoire;

**Résultats: =** {0, A, B, AB};

*Exemple 2:*

❑ **expérience aléatoire:** mesurer la pression artérielle systolique PAS (mmHg)

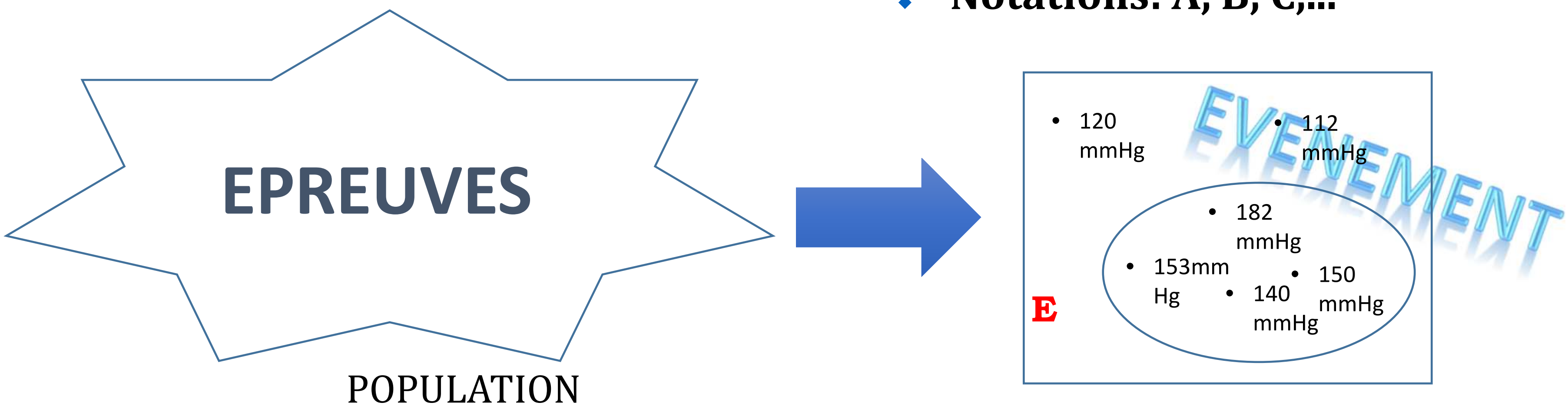
❑ **Résultats: 70 mmHg, … , 300 mmHg**

❑ **Événement:** A={PAS=145 mmHg}

# Notions fondamentales:
# EVÈNEMENT, ESPACE FONDAMENTAL

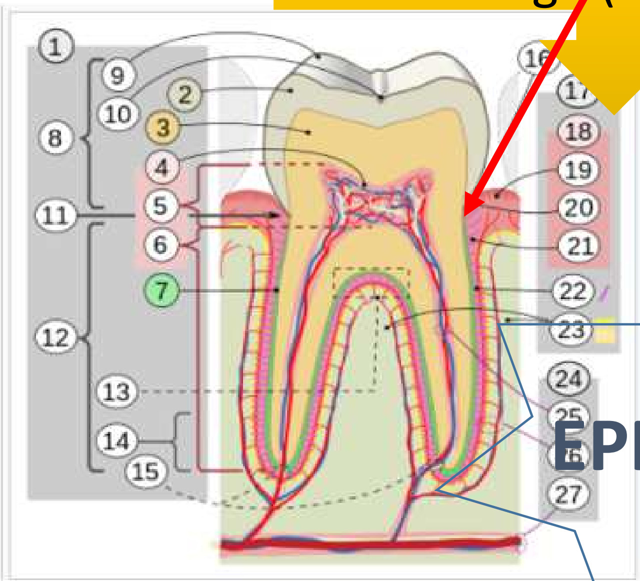
Experience aleatoire: mesurer la pression artérielle systolique (mmHg)

- **Repetitions de l'experience aleatore: *épreuves*.**
- **L'espace fondamental (E): ensemble des résultats possibles**
  - **Evenement:** sous-ensemble des résultats de l'expérience.
- **Notations: A, B, C,...**



# EVÈNEMENT, ESPACE FONDAMENTAL

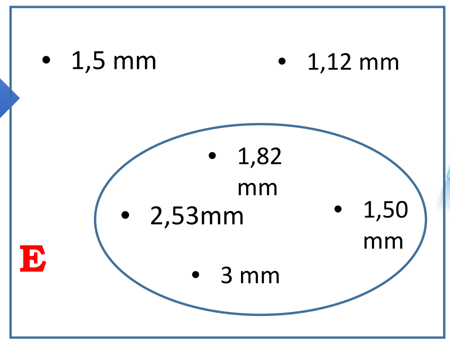
Experience aleatoire: mesurer la Profondeur au sondage (mm)=PS*




Source: https://fr.wikipedia.org/wiki/Gencive

EPREUVES

POPULATION

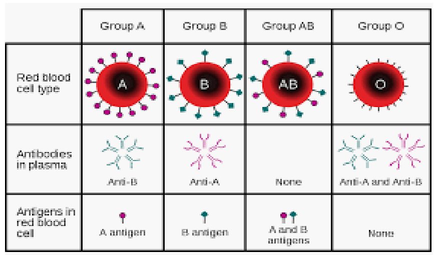



EVENEMENT

- **Repetitions de l'experience aleatore: *épreuves*.**
- **L'espace fondamental (E): ensemble des résultats possibles**
  - **Evenement:** sous-ensemble des résultats de l'expérience.
- **Notations: A, B, C,...**

*= profondeur du sulcus (sulcus=sillon gingivale qui se trouve entre la surface de la dent et la gencive libre) ;
L'insertion d'une sonde parodontale électronique à pression constante permet de mesurer la profondeur du sulcus a l'aide d'un logiciel informatique; chez un sujet sain la profondeur du sulcus mesure de 1 à 2 mm; si PS≥3 mm on parle d'une poche gingivale; PS≥4 mm-> poche parodontale.

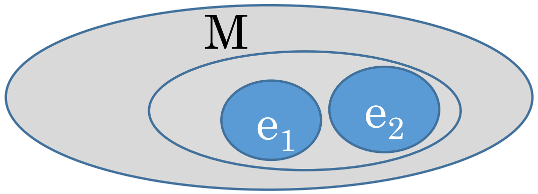
# NOTIONS FONDAMENTALES: TYPES D’ ÉVÉNEMENTS




File:ABO blood type.svg - Wikipedia
en.wikipedia.org

**Définitions:**

- ❑ **Types d’ événements**
  - **événement élémentaire (singulier):** noté par $e_1$, $e_2$, etc.




  - **événement composé: M**

- ❑ **Evènements particuliers**
  - **événement certain (E)**
  - **événement impossible ou vide (Ø)**

*Exemple 1:*

- **expérience aléatoire : détermination du groupe sanguine chez un patient choisi aléatoirement;**

**Résultats: =** {0, A, B, AB};

**événement élémentaire: $e_1$={A}, $e_2$ ={B}, $e_3$= {AB}, $e_4$={0}**

**événement composé:**

**M= {avoir la groupe sanguine B ou 0 }**

**événement impossible**:

**N={avoir la groupe sanguine C}**

*Exemple 2:*

- **expérience aléatoire: mesure de la pression artérielle systolique PAS (mmHg) chez les adultes**

**Résultats:** 70 mmHg, ... , 300 mmHg

**Événement élémentaire:** $e_1$={PAS=100 mmHg},...,etc.

**Événement composé:**

M={PAS≥120 mmHg}

# ESPACE FONDAMENTAL

- **espace fondamental =** l'ensemble **d' événements élémentaires**
- Notation: **E**
- **E** peut être: **fini OU infini**

✓ **fini**

*Exemple:* expérience = détermination du groupe sanguine.

**E** = {A, B, AB, 0}.

✓ **infini et discret**

*Exemple:* expérience = compter les interventions chirurgicales département de chirurgie cardiaque

**E** = {0, 1, 2, 3,...,n,...}.

✓ **infini et continue**

*Exemple:* expérience = mesurer la température corporelle

**E** = [35°C, 41°C].

# Notions fondamentales: Ensemble d'évènements

- ❑ $\Omega$ = l'ensemble de toutes évènements= {l'ensemble de tous sous-ensembles de **E**}

*Exemple:*

**expérience aléatoire** : détermination du groupe sanguine chez un patient choisi alea;

**Résultats:** {O, A, B, AB};

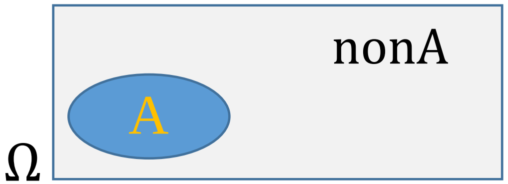
**Événement :** observer le groupe sanguine A

**Espace fondamental : E** = {O, A, B, AB}

**Ensemble d'évènements**: $\Omega$ = {{O}, {A}, {B}, {AB}, {O,A}, {O,B}, {O,AB}, {A,B}, {A,AB}, {B,AB}, {O,A,B}, {O,A,AB}, {O,B,AB}, {A,B,AB}, {O,A,B,AB}}

# OPÉRATIONS SUR LES ÉVÉNEMENTS

- **Complémentation** d'un événement A (ou négation de A).
  Notation: **l'événement contraire:** non A ou C(A)




Exemple:

**Expérience = mesurer la PAS (pression artérielle systolique)**

**Événements: A = {PAS < 140 mmHg}, nonA= {PAS ≥ 140 mmHg}**

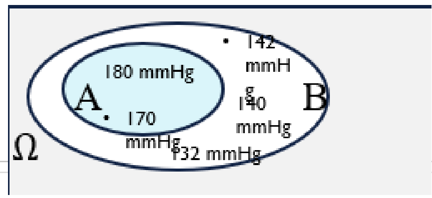
expérience = mesurer la profondeur au sondage (PS)

événements: **A** = {avoir 2 < PS<5 mm}, **nonA** = {avoir 0≤PS≤2 mm}

**Inclusion**: l'événement A implique un autre événement B si la réalisation de l'événement A implique automatiquement celle de l'événement B.

Notation: $A \subset B$

**A={TAS≥160 mmHg}; B={TAS ≥130 mmHg}**



# OPÉRATIONS SUR LES ÉVÉNEMENTS

- **Conjonction: événement conjonction** $A \cap B$ (A **ET** B) ou l'intersection de A et B.

*Exemple:*

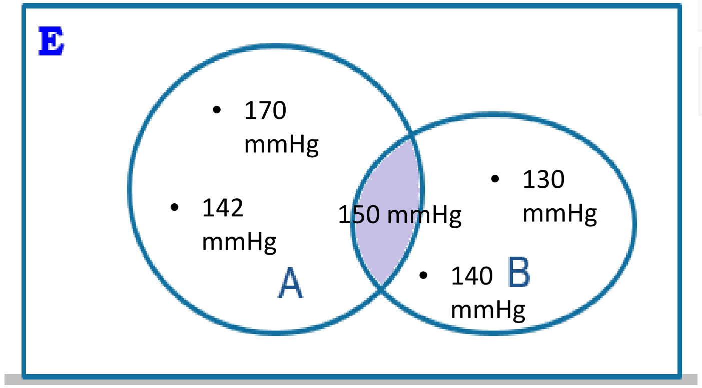
Expérience = mesurer la PAS (pression artérielle systolique)

Événements:

A={PAS≥142 mmHg}

B={130 mmHg≤ PAS ≤160 mmHg}

C= A∩B ={142≤PAS ≥160 mmHg}



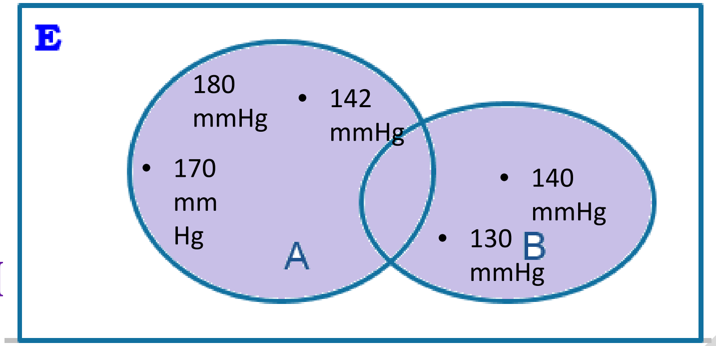

- **Réunion: événement réunion A∪B** (A **ou** B) ou réunion de A et B

*Exemple:*

Expérience = mesurer la PAS

Événements: A={PAS≥142 mmHg} ;

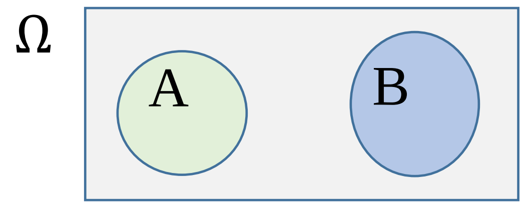
B={130 mmHg≤ PAS ≤160 mmHg}; C=A∪B={PAS ≥130 mmH



# RELATIONS ENTRE LES ÉVÉNEMENTS

- Évènements **<u>incompatibles</u>** (**mutuellement exclusifs**): **NE** peuvent se réaliser simultanément
- $A \cap B = \emptyset$

*Exemple:*




Expérience = mesurer la PAD (pression artérielle diastolique mmHg)

Évènements: A = {PAD < 85 mmHg}; B = {PAD ≥ 85 mmHg};

- Évènements **<u>compatibles</u>**: s'ils peuvent se réaliser en même temps
- $A \cap B \neq \emptyset$

*Exemple:* Expérience = déterminer les facteurs de risque pour le diabète de type 2

M= {avoir un mode de vie sédentaire}; N = {avoir une prédisposition génétique}

$M \cap N$={avoir un mode de vie sédentaire et une prédisposition génétique}

- Evènements **<u>indépendants</u>**: (sans relation/association)
- **Remarque:** indépendant ≠ incompatible

# Indépendance et Incompatibilité

- **Évènements indépendantes & compatibles:**

A={avoir un éruption de la deuxième molaire inférieure chez un enfant}

B={avoir un taux élevé de plaque dentaire}

- **Évènements indépendantes & incompatibles:**

C={avoir un éruption de la deuxième molaire inférieure chez un enfant}

D={avoir un implants dentaires chez un patient âgé}

- **Évènements dépendantes & compatibles:**

M={avoir douleur dentaire intense au deuxième molaire inférieure}

N={avoir inflammation de la pulpe dentaire}

# DEFINITIONS DE LA PROBABILITÉ

- Approche classique
- Approche fréquentielle
- Approche axiomatique
- **Probabilité**: mesure numérique pour quantifier la chance de réalisation d'un événement cible
- **Probabilité**: est exprimé par des valeurs numériques comprises entre 0 et 1
- Evènement impossible: $Pr(\varnothing)=0$
- Evènement certain: $Pr(E)=1$

# Probabilité: definition CLASSIQUE

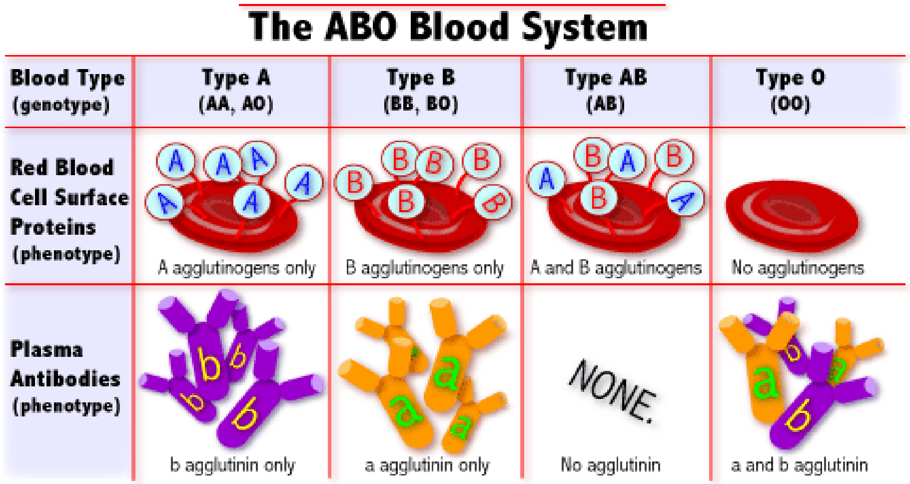
- Si une expérience aléatoire a un **nombre fini d'événements élémentaires mutuellement exclusifs et équiprobables** (sont également possibles)
- la probabilité d'un événement A est définie comme le rapport entre le nombre de résultats correspondent à la réalisation de l'événement A et le nombre de résultats possibles de l'expérience.

$$\boxed{\Pr(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables de l'événement A}}{\text{nombre de cas possibles}}}$$

# Probabilité: definition fréquentielle

**Experience: déterminer le groupe sanguin d'une adulte choisi de façon aléatoire**

**Evenements: A, B, AB, O.**

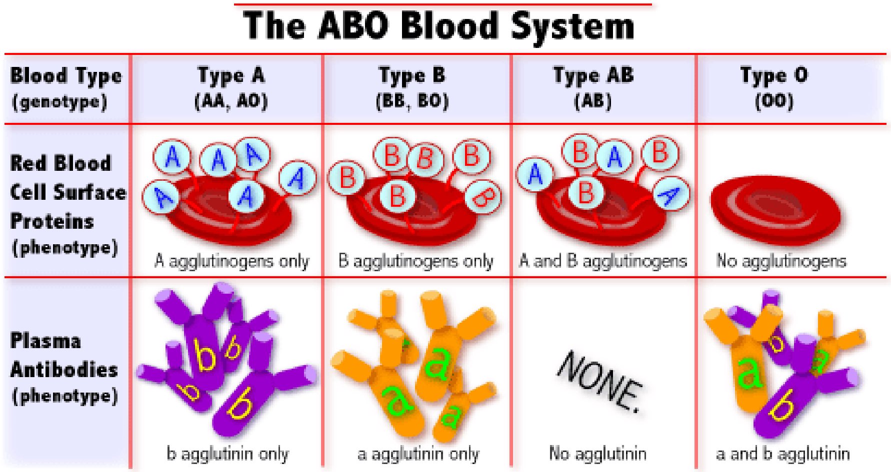



Evènements qui ne sont pas équiprobables!!!

| **Groupe Sanguine** | **Probabilité** |
|---|---|
| **O** | **?** |
| **A** | **?** |
| **B** | **?** |
| **AB** | **?** |

Problème en santé (contexte): les événements dont la probabilité ne peut être déterminée que par la répétition de l'expérience

# Probabilité: definition fréquentielle




**Expérience: déterminer le groupe sanguin d'une adulte choisi de façon aléatoire Probabilité d' avoir le groupe A???**

| Evènements | Probabilité d'un évènement |
|---|---|
| O | 0.33 |
| A | 0.43 |
| B | 0.16 |
| AB | 0.08 |

2/11/2022

# Probabilité: definition FRÉQUENTIELLE

- Problème en santé (*exemple*):
  - ÷ Le test d'immunofluorescence: dépistage de la borréliose (maladie de Lyme),
  - ÷ Résultats de test: positive/négative.
  - ÷ Le test a été effectué sur un groupe de 2000 sujets dont 100 ont obtenues des résultats positifs au test.
  - ÷ **Quelle est la probabilité qu'un sujet extrait au hasard ait un test positif: Pr (A) =?**
- $Pr(A) \approx 100/2000 = 0.05$
- ***Interpretation***: La probabilité n'est pas un pourcentage MAIS on utilise les pourcentages pour faciliter l'interpretation.
- Si un grand nombre de sujets ont été testés, environ 5% ont eu un résultat positif au test.

# Probabilité: definition FRÉQUENTIELLE

- **Fréquence absolue d'un évènement** A (noté $n_A$): nombre de réalisations de l'événement A pour un nombre d'expériences *n*
- **Fréquence relative d'un évènement** A (noté $f_A$): le rapport $n_A$ / n
- Si une expérience **<u>est répétée d'un grand nombre de fois</u>** dans les mêmes conditions, la **probabilité** d'un événement peut être approchée par la fréquence relative de l'événement (ou si le nombre d'expériences *n* tend vers l'infini, les fréquences relatives converges vers la probabilité)

$$Pr(A) \approx \frac{n_A}{n} = \frac{Nombre\ d'epreuves\ favorables\ pour\ l'evenement\ A}{Nombre\ de\ repetitions\ de\ l'expérience}$$

- Application: prévalence d'une maladie

# Probabilité: definition FRÉQUENTIELLE

?

- proportion ≈ probabilité

Proportion= mesure descriptive d'une population cible par rapport à une caractéristique (variable) qualitative

**Le taux de mortalité** = Nombre de décès dans la population / nombre de personnes dans la population

**Prévalence**: nombre des malades à un instant donné / nombre total de personnes à risque

Le **taux d'incidence**: nombre des nouveaux cas diagnostiqués dans une période donnée/ taille de la population considérée

# Probabilité: Définition AXIOMATIQUE

A1. $\Pr(A) \in [0,1]$

A2. $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B)$ ou A et B son evenements incompatibles

A3. $\Pr(A) = 0 \Leftrightarrow A = \varphi$ ou $\varphi = ev. impossible$

**Note:**

- !!! La somme des probabilités des événements élémentaires d'une expérience aléatoire est égale à 1.

# Propriétés

**P1.** Si $A_1, A_2, ..., A_n$ **événements <u>incompatibles</u>** alors:

$$Pr(A_1 \cup ... \cup A_n) = Pr(A_1) + ... + Pr(A_n)$$

**P2.** Si $A_1, A_2, ..., A_n$ **événements <u>incompatibles</u>** et

$A_1 \cup ... \cup A_n = E$ alors: $Pr(A_1) + ... + Pr(A_n) = 1$

**P3.** $Pr(\varnothing) = 0.$

**P4.** $Pr(\text{non } A) = 1 - Pr(A)$

**P5.*** Si $A \subseteq B$ alors: $Pr(A) \leq Pr(B)$

**P6. La lois généralisée de l'addition de probabilités:**

Si A, B — **événements aléatoires** alors: $Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$

** L'événement A implique l'événement B ($A \subseteq B$) si l'événement B est également réalisé avec l'événement A.*

# Évènements INDÉPENDANTES EN PROBABILITÉ

- SI A, B sont évènements indépendants alors:

$$\boxed{\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B)}$$

*Exemple:* expérience = mesurer la PAD chez la mère et son enfant

Évènements: A = {PAD mère ≥ 90} et B = {PAD enfant ≥ 90}.

Supposons que: Pr(A) = 0,1 et Pr(B) =0,2 et Pr(A∩B) = 0,05.

- **Est-ce que on peut dire que les événements A et B sont indépendantes en probabilité?**

Pr(A) × Pr(B) = 0,1 x 0,2 = 0,02

**Pr(A∩B) observée ≠ Pr(A∩B) théorique pour des évènements indépendants**

**0,02 ≠ 0,05** => A et B sont **dépendants** (l'hypertension a une composante génétique - possible)

# Exemple

*Exemple:*

- Expérience = déterminer l'hypertension artérielle d'une famille choisi de façon aléatoire
- Évènements: A = {avoir HTA chez la femme}
- B = {avoir HTA chez l'homme}.

Supposons que on a observé:

- Pr(A) = 0,1 et Pr(B) =0,02
- A et B **sont indépendantes.**

Quelle est la probabilite d'avoir une famille hypertendus???

- Famille hypertendue=famille ou la femme ET l'homme sont hypertendus
- $Pr(A \cap B) = ?$

# Évènements indépendantes en probabilité

- Indépendance est opposé à liaison.
  - Deux évènements **indépendants**: la réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre.
  - Deux évènements liés (**dépendantes**): la réalisation de l'un influence la réalisation de l'autre.
- Dépendance≠ causalité

# Evènements & Probabilités

| Evènements | Définitions | Notations | Calcul de probabilités |
|---|---|---|---|
| **événement contraire** | L' évènement constitué par touts les évènements élémentaires qui ne sont pas dans le A | $nonA$ Ou $\bar{A}$ | $\Pr(nonA) = 1 - \Pr(A)$ |
| **conjonction de deux événements** | L' évènement constitué l'ensemble des évènements élémentaires qui leur sont communes | $A \cap B$ | $\Pr(A \cap B) = 0$ si A et B sont évènements **incompatibles**<br>$Pr(A \cap B) = Pr(A) \cdot Pr(B)$ si A et B sont évènements **indépendantes** |
| **réunion de deux événements** | L' évènement constitué l'ensemble des évènements élémentaires qui leur sont communes | $A \cup B$ | $Pr(A \cup B) = Pr(A) + Pr(B) - Pr(A \cap B)$ |

# Probabilités conditionnelles et indépendance

- ❑ l'utilisation des probabilités conditionnelles est fréquente en médicine.
  - On dira que « les fumeurs (un paquet de tabac par jour) ont 6 fois plus de « chances » de développer le cancer de la cavité buccale que les non-fumeurs »…
- ❑ sachant que la probabilité d'une maladie est *p*, que devient-elle si on sait que le résultat d'un test (complémentaire) est positif ?

# Probabilité conditionnelle

Soit A et B évènements, $P(A) \neq 0$.

❑ Notation: Pr(B|A) **:** probabilité conditionnelle de B, sachant que l'événement A est réalisé

❑ **Formule de calcul: $Pr(B|A) = Pr(A \cap B)/Pr(A)$**

*Exemple 1:*

➢ La probabilité d'avoir un cancer des poumons sachant que le patient choisi aléatoirement est fumeur, est une probabilité conditionnelle:

Pr(avoir un cancer des poumons |être fumeur)=???

*Exemple 2:*

➢ la probabilité d'avoir un cancer oral sachant que le test de bleuissement avec toluidine est positif:

Pr(cancer oral|bleuissement avec toluidine Positif)=???

Rajmohan M, Rao UK, Joshua E, Rajasekaran ST, Kannan R. Assessment of oral mucosa in normal, precancer and cancer using chemiluminescent illumination, toluidine blue supravital staining and oral exfoliative cytology. J Oral Maxillofac Pathol. 2012 Sep;16(3):325-9. http://dx.doi.org/10.4103/0973-029X.102476

# Probabilité conditionnelle et l'indépendance

- A et B sont évènements **indépendantes** si:

$$\mathbf{Pr(B|A) = Pr(B) = Pr(B|non\ A)}$$

- A et B évènements **dépendantes**:

$$\mathbf{Pr(B|A) \neq Pr(B) \neq Pr(B|non\ A)}$$

$$\mathbf{Pr(A \cap B) \neq Pr(A) \times Pr(B)}$$

# Exemple: calcul de la probabilité conditionnelle

- B={presence de Streptococcus mutans dans la salive des jeunes enfants }.
- A={être de genre masculine}.
- Probabilité d'avoir un taux élevé de Streptococcus mutans dans la salive des jeunes enfants sachant que l'enfant choisi aléatoirement est un garçon??

| | **Présence de *S. mutans* (B)** | **Absence de *S.mutans* (nonB)** | **Total** |
|---|---|---|---|
| **Garçon (A)** | 1000 | 60 | 1060 |
| **Fille (nonA)** | 200 | 240 | 440 |
| **Total** | 1200 | 300 | **1500** |

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)}$$

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)}$$

$$Pr(B|A) \approx \frac{\frac{1000}{1500}}{\frac{1060}{1500}}$$

$$Pr(B|A) \approx \frac{1000}{1060} = 0.943$$

# Exemple: calcul de la probabilité conditionnelle

- Exemple: étude menée par Panwar B et al. Lien vers article: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/25517912/
- Supposons que nous choisissions un sujet au hasard parmi les 21 840 sujets et que nous trouvons qu'il est en surpoids (B).
- **Question: Quelle est la probabilité qu'un sujet ait une maladie rénale terminale (M), étant donné que le sujet sélectionné est surpoids (B)?**

| IMC catégories | MRT (M) | Non MRT (non M) | Total |
|---|---|---|---|
| Poids normale (A) | 41 | 5275 | 5316 |
| Surpoids (B) | 76 | 8156 | 8232 |
| Obese (C) | 130 | 8162 | 8292 |
| Total | 247 | 21593 | 21840 |

$$Pr(M|B) = \frac{Pr(M \cap B)}{PrB}$$

$$Pr(M|B) \approx \frac{\frac{76}{21840}}{\frac{8232}{21840}}$$

$$Pr(M|B) \approx \frac{76}{8232} = 0.009$$

*IMC: indice de masse corporelle, MRT: phase terminale de la maladie rénale, poids normale: IMC 18.5–24.9kg/m$^2$; surpoids: 25–29.9 kg/m$^2$ ; Obese: BMI ≥ 30 kg/m$^2$. A, B, C, M, nonM sont les événements qui peuvent être définis dans cet exemple.*

# Probabilité conditionnelle – applications médicales

**1) Calcul du risque relatif (RR):** mettre en évidence une association entre un facteur de risque (favorisant) et une maladie d' intérêt.

**Formule du RR :** RR = Pr(**M**|**F**) / Pr(**M**|**nonF**).

**M**= {avoir la maladie}; **F** = {exposé au facteur de risque};

nonF={ non expose au facteur}

- Si RR = 1, alors le risque d'avoir la maladie est le même dans les deux groupes (l'association entre le facteur d'exposition et la maladie n'existe pas OU M et F sont ev. indépendantes );
- Si RR> 1, alors un sujet exposé a un risque d' être malade plus élevé qu'un sujet non exposé
- Si le RR <1, un sujet exposé a un risque d' être malade plus faible qu'un sujet non exposé

# Probabilité conditionnelle - applications

Exemple: enquête des possibles facteurs de risque du cancer oral

Dans un échantillon de 20000 hommes, on a 10000 fumeurs parmi lesquelles 270 sujets souffrent de cancer oral et 10000 hommes non fumeurs parmi lesquelles 10 sujets souffrent de cancer oral.

**Le risque relatif d'avoir le cancer oral = ?**

***Solution:*** *on considère les événements*

*F= {être fumeur} et M= {avoir cancer oral}*

$\Pr(M \mid F) = 270/10000 = 0{,}027 \qquad \Pr(M \mid nonF) = 10/10000 = 0{,}0010$

$$RR = \frac{\Pr(M \mid F)}{\Pr(M \mid nonF)} = \frac{0{,}027}{0{,}001} = 27$$

=> dans l' échantillon d' étude, un homme fumeur a un risque d'avoir le cancer du oral de 27 fois plus élevé qu'un homme qui n'est pas fumeur

# Probabilité conditionnelle - applications

## 2) Calcul du rapport des chances relatives/cotes (OR)

$$OR = \frac{\dfrac{\Pr(D|F)}{Pr(nonD|F)}}{\dfrac{Pr(D|nonF)}{Pr(nonD|nonF)}}$$

Chance relative (ou *odds*) d'avoir la maladie chez les patients exposés au facteur F

- Si OR = 1, alors l' *odds* de la maladie est la même dans les deux groupes (l'association entre le facteur d'exposition et la maladie n'existe pas)
- Si OR> 1, alors l' *odds* de la maladie des sujets exposes est plus élevé par rapport à celui des sujets non exposé
- Si OR <1, alors l' *odds* de la maladie des sujets exposes est plus diminué par rapport à celui des sujets non exposé

# Exemple

Exemple: étude menée par Lv S et al. Lien vers article: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6119325/

***Répartition des sujets par hyperuricémie et coronaropathie***

| | MAC (D) | NonMAC (nonD) | Total |
|---|---|---|---|
| hyperuricémie (F) | 285 | 104 | 389 |
| Normouricémie (nonF) | 486 | 238 | 724 |
| Total | 771 | 342 | 1113 |

*Source: Lv S, Liu W, Zhou Y, Liu Y, Shi D, Zhao Y, Liu X. Hyperuricemia and smoking in young adults suspected of coronary artery disease ≤ 35 years of age: a hospital-based observational study. BMC Cardiovasc Disord. 2018 Aug 31;18(1):178.*

***Question de recherche: Quel est le rapport de cotes (OR) de la maladie coronarienne (CAD) due à l'hyperuricémie?***

$$Pr(D|F) \approx \frac{285}{389} = 0.73$$

$$Pr(nonD|F) \approx \frac{104}{389} = 0.27$$

$$Pr(D|nonF) \approx \frac{486}{724} = 0.67$$

$$Pr(nonD|nonF) \approx \frac{238}{724} = 0.33$$

$$OR = \frac{\frac{0.73}{0.27}}{\frac{0.67}{0.33}} = 1.33$$

# Probabilité conditionnelle - applications

**3) Evaluation des signes et examens complémentaires**

*i) les caractéristiques intrinsèques du test:*

**Sensibilité (Se)** = la probabilité d'avoir un test positive si le sujet a une maladie.

$$Se=Pr(T/M)$$

**Spécificité (Sp)** = probabilité d'avoir un test négative si le sujet n'a pas la maladie:

$$Sp=Pr(nonT/nonM)$$

*ii) les éléments de décision pour le médecin*

**Valeur prédictive positive (VPP):**

$$VPP=Pr(M/T)$$

= la capacité du test à identifier correctement parmi les patients dont le test est positif, ceux qui ont **réellement** la maladie**;**
= la probabilité d'avoir la maladie, sachant que le test est positive.

**Valeur prédictive négative:**

$$VPN=Pr(nonM/nonT)$$

# Probabilité conditionnelle - applications

| | **M** | **nonM** | Total |
|---|---|---|---|
| **T** | a | b | a+b |
| **nonT** | c | d | c+d |
| Total | a+c | b+d | N |

Considérons les évènements:
M = {avoir la maladie}
nonM = {sans la maladie}
T = {résultat positif au nouveau test diagnostique chez un patient choisi au hasard}
nonT = {résultat négatif au nouveau test diagnostique}

Se = $\Pr(T \mid M) \approx a / (a + c)$

Sp = $\Pr(nonT \mid nonM) \approx d / (b + d)$

VPP = $\Pr(M \mid T) \approx a / (a + b)$

VPN = $\Pr(nonM \mid nonT) \approx d / (c + d)$

# Probabilité conditionnelle - applications

Considérons les évènements:
**M**= {présence de *Streptococcus mutans* dans la salive des jeunes enfants déterminé par un test salivaire}
**nonM**= {absence de *Streptococcus mutans* dans la salive des jeunes enfants}
**T**= {résultat positif d'un nouveau test diagnostique pour la détection du *Streptocoque mutans* chez un patient choisi au hasard};
**nonT**= {résultat négatif d'un nouveau test diagnostique}

| | Présence de *S.mutans* **(M)** | Absence de *S.mutans* **(M)(nonM)** | Total |
|---|---|---|---|
| **T** | 1000 | 60 | 1060 |
| **nonT** | 80 | 360 | 440 |
| Total | 1080 | 420 | **1500** |

Se = Pr(T|M) ≈ 1000/1080=0,926 (92,6%)

Sp=Pr(nonT|non M) ≈ 360/420= 0,857 (85,7%)

VPP = Pr(M|T ) ≈ 1000/1060= 0,943 (94,3%)

VPN = Pr(nonM|nonT ) ≈ 360/440= 0,818 (81,8%)

# PROBABILITÉ CONDITIONNELLE - APPLICATIONS

Example: étude menée par Veld M et al.

Lien vers article: https://link.springer.com/article/10.1007/s00330-019-06234-4

***Classification des sujets par deux méthodes d'imagerie***

| | Diagnostic des shunts artério-veineux crâniens par DSA | | |
|---|---|---|---|
| **Test (4D-CTA)** | oui(D) | Non (nonD) | Total |
| **Positif (T)** | 26 | 1 | 27 |
| **Negatif (nonT)** | 2 | 47 | 49 |
| **Total** | 28 | 48 | 76 |

*Source: In 't Veld M, Fronczek R, Dos Santos MP, van Walderveen MAA, Meijer FJA, Willems PWA. High sensitivity and specificity of 4D-CTA in the detection of cranial arteriovenous shunts. Eur Radiol. 2019 Nov;29(11):5961-5970.*

**T**={avoir un résultat 4D-CTA positif}

**nonT** ={avoir un résultat 4D-CTA négatif}

**D**={avoir des shunts artério-veineux crâniens diagnostiqués par un DSA =test de référence}

**nonD**={n'ont pas de shunts artério-veineux crâniens}

$$Se = Pr(T|D) = \frac{26}{28} = 0.929$$

$$Sp = Pr(nonT|nonD) = \frac{47}{48} = 0.979$$

$$VPP = Pr(D|T) = \frac{26}{27} = 0.963$$

$$VPN = Pr(nonD|nonT) = \frac{47}{49} = 0.959$$

# Probabilité conditionnelle - applications

- **Note**: si la prevalence de la maladie est connue,  on peut calculer VPP et VPN avec la théorème de Bayes:

Théorème de Bayes

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(A|B) \cdot Pr(B)}{Pr(A|B) \cdot Pr(B) + Pr(A|nonB) \cdot Pr(nonB)}$$

T= {présence d'un symptôme/test} et M = {avoir la maladie}

Pr(M) = la prévalence de la maladie dans la population

$$VPP = \Pr(M|T) = \frac{\Pr(T|M) \times \Pr(M)}{\Pr(T|M) \times \Pr(M) + \Pr(T|nonM) \times \Pr(nonM)}$$

$$VPN = \frac{(1 - \Pr(M)) \times Sp}{(1 - \Pr(M)) \times Sp + \Pr(M) \times (1 - Se)}$$

# Probabilité conditionnelle - applications

4. **La lois généralisée de Bayes:**

- S=symptôme ou un ensemble de symptômes,
- $A_1, A_2, \ldots, A_n$ = ev. **incompatibles et exhaustives** (au moins un événement se réalise) d'une maladie;

$$\Pr(A_i|S) = \frac{\Pr(S|A_i) \times \Pr(A_i)}{\Pr(S|A_1) \times \Pr(A_1) + \ldots + \Pr(S|A_n) \times \Pr(A_n)}$$

*Exemple:*

S = {toux chronique}.

états de la maladie:

A1 = {normal}

A2 = {cancer du poumon}

A3 = {sarcoïdose}.

Quelle est la probabilité Pr $(A_i \mid S)$?

- On connait: Pr(S | A1) = 0.001, Pr(S | A2) = 0.9, Pr(S | A3)=0.9, Pr(A1) = 0.99, Pr(A2) = 0.001, Pr(A3) = 0.009.
- Solution: Pr(A1 | S) = 0.099

  Pr(A2 | S) = 0.09

  Pr(A3 | S) = 0.0811

# Reproductibilité des résultats

**Reproductibilité**= capacité d'un instrument de mesure (d'un observateur, d'une échelle...) à fournir des résultats identiques dans des conditions de recueil identiques

*Exemple:*

- Deux médecins donnent leurs avis (positif ou négatif) sur l'opportunité d'une opération chirurgicale.
- Si on a une reproductibilité parfaite: les deux médecins seraient toujours d'accord.

| | | Dr. X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Avis +** | **Avis-** | Total |
| Dr. Y | **Avis+** | 50 | 10 | 60 |
| | **Avis-** | 20 | 20 | 40 |
| | Total | 70 | 30 | 100 |

MAIS....La concordance observée est : (50+20)/100 = 0,70

**Probabilité d'avoir le même avis de deux médecins??**

# Reproductibilité

Concordance observée $C_{obs}$=(50+20)/100 = **0,70**

Concordance sous hypothèse d'indépendance d' évènements:

$C_{théo}$ =(42+12)/100 = **0,54**

Coefficient de Kappa: outil de mesure de l'accord entre 2 observateurs sur des caractères qualitatifs

$$Kappa = \frac{C_{obs} - C_{théo}}{1 - C_{théo}} = \frac{0{,}70 - 0{,}54}{1 - 0{,}54} = 0{,}35$$

| | | Dr. X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Avis+** | **Avis-** | Total |
| Dr. Y | **Avis+** | 50 | 10 | 60 |
| | **Avis-** | 20 | 20 | 40 |
| | Total | 70 | 30 | 100 |

| | | Dr. X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Avis+** | **Avis-** | Total |
| Dr. Y | **Avis+** | 42 | 18 | 60 |
| | **Avis-** | 28 | 12 | 40 |
| | Total | 70 | 30 | 100 |

**Si Kappa > 0,6 : bonne concordance (Accord satisfaisant)**

Valeurs de référence pour Kappa: Landis JR, Koch GG. The measurement of observer agreement for categorical data. Biometrics 1977; 33 : 159-74.

# Reproductibilité

**Si les deux évènements étaient indépendants, quels sont les résultats attendues?**

$$Pr(X = Avis+) = \frac{70}{100} = 0,70$$

$$Pr(Y = Avis+) = \frac{60}{100} = 0,60$$

$$ev.\ indépendantes$$

$$Pr[(X = Avis+) \cap (Y = Avis+)] = \frac{70}{100} * \frac{60}{100}$$

$$\text{En termes d'effectifs attendus:}$$

$$effectif\_attendue =$$

$$\frac{70}{100} * \frac{60}{100} * 100 = \frac{70*60}{100} = 42$$

| | | Dr. X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Avis+** | **Avis-** | Total |
| Dr. Y | **Avis+** | 50 | 10 | 60 |
| | **Avis-** | 20 | 20 | 40 |
| | Total | 70 | 30 | 100 |

Evènements indépendantes:

| | | Dr. X | | |
|---|---|---|---|---|
| | | **Avis+** | **Avis-** | Total |
| Dr. Y | **Avis+** | 42 | 18 | 60 |
| | **Avis-** | 28 | 12 | 40 |
| | Total | 70 | 30 | 100 |

# Autres applications de la probabilité

- le calcul de:
  - la taille de l'échantillon
  - l’interval de confiance d’ un paramètre
  - la p-valeur d’un test statistique

# Exemples des questions

**E1. Dans une expérience aléatoire, nous pouvons dire que:**

A. Un événement aléatoire composé consiste en au moins d'un événement élémentaire

B. L'espace fondamental est composé de l'ensemble de tous les événements aléatoires

C. La probabilité d'un événement ne peut pas être une valeur de 1,45 ou 145%

D. Si deux événements A et B avec des probabilités différentes de zéro sont indépendants alors $Pr(B|A) = Pr(B)$

E. Si deux événements A et B avec des probabilités différentes de zéro sont incompatibles, ils ne peuvent pas non plus être indépendants

**R1. A, C, D, E**

*Solution de l'exercice* -> conformément a la définition d'un evenement (diapo 6 & 7), un événement aléatoire composé consiste en au moins d'un événement élémentaire et l'espace fondamental est composé de l'ensemble d' évènements élémentaires

-> conformément a la définition de la probabilité( diapo 12), la probabilité est une valeur dans l' intervalle [0,1]

-> conformément a la définition de l' independence en probabilité ( diapo 21 et 26)-> $Pr(B|A) = Pr(B)$

-> Si A et B sont incompatibles alors $Pr(A \cap B)=0$ et en tenant compte que $Pr(A) \neq 0$ et $Pr(B) \neq 0$-> $Pr(A \cap B) \neq Pr(A) \cdot Pr(B)$ donc A et B ne sont pas independents

# Exemples des questions

**E2. On sait que le groupe sanguin d'un sujet humain peut être A, B, AB ou O. De plus, chaque individu peut avoir un facteur Rh positif (+) ou Rh négatif (-). Supposons qu'un assistant médical enregistre le groupe sanguine et Rh d'un patient extrait au hasard d'une population.**

A. L'espace fondamental pour cette expérience est: l'ensemble {O+, A +, B +, AB +, O-, A-, B-, AB-}

B. L'espace fondamental est infini mais mesurable

C. L'espace fondamental consiste en 8 événements élémentaires

D. L'événement selon lequel "un patient au hasard a le groupe sanguin O+″ est l'événement certain

E. L'espace fondamental est fini

**R2. A, C, E**

*Solution de l'exercice* ->voir exemple du diapo 6

# Exemples des questions

**E3. * On a l'évènement : « avoir obésité » avec la probabilité de 0,20, et l'évènement « avoir hypertension artérielle » avec la probabilité 0,10. La probabilité d'avoir obésité et hypertension est égale à 0,10. Lesquelles des suivantes affirmations sont correctes ?**

A. les deux évènements sont indépendants

B. les deux évènements sont dépendants

C. les deux évènements sont complémentaires

D. l'évènement d'avoir obésité est un évènement compose

E. les deux évènements s'excluent mutuellement

**R3: B**

*Solution de l'exercice* -> soit les évènements A={avoir obésité}; B={avoir hypertension artérielle };

$Pr(A)= 0,20$; $Pr(B)=0,10$; $Pr(A\cap B)=0,10$; $Pr(A\cap B)\neq Pr(A)\cdot Pr(B)$ on dit que A et B sont dépendants

-> les 2 évènements ne sont pas complémentaires parce que $Pr(A)\neq 1-Pr(B)$

->A c'est un évènement élémentaire

->A et B ne sont pas mutuellement exclusifs parce que $Pr(A\cap B)\neq 0$

# Exemples des questions

**E4. On considère l'expérience: la mesure du poids des sujets. L'évènement A = {un patient a le poids < 80 kg}; l'évènement B = {un patient a le poids ≥ 80 kg}. Lesquelles des réponses sont correctes?**

A) A est B sont mutuel exclusifs

B) A est inclue en B

C) A est B sont dépendants

D) A = C(B)

E) A est B sont incompatibles

**R4. A, D, E**

*Solution de l'exercice* -> voir la solution donné pour exercice antérieur

# Exemples des questions

**E5. On a mesuré le diamètre de l'aorte abdominale. On considère les évènements:**

**A = {diamètre < 3 cm }, B = { diamètre >= 3 cm}, C = { diamètre < 2,7 cm}.**

**Lesquelles des réponses suivantes sont correctes:**

A) l'événement A est un événement composé

B) l'événement A est le contraire de l'événement B

C) l'événement diamètre = 2,6 mm ou = a 2,8 mm est un événement élémentaire

D) l'événement C est le inclue dans l'événement A

E) l'événement A et B sont mutuel exclusifs

**R5. A, B, D, E**

*Solution de l'exercice* -> A est un évènement composé défini par des évènements élémentaires de la forme {diamètre=valeur ou la valeur<3}; donc A={$\underbrace{\text{\{avoir le diamètre=2.5cm\}}}_{e1}$,$\underbrace{\text{\{avoir le diamètre=2.75 cm\}}}_{e2}$….}={…2.5, 2.75,…}

# Exemples des questions

**E6. Nous considérons les événements suivants: A = {un sujet âgé de plus de 60 ans choisi au hasard parmi une population} et B = {un sujet aléatoirement retiré ayant l'hypertension artérielle}. On sait que Pr(A) = 0,25, Pr(B) = 0,15 et Pr(A∩B)=0,21. Alors:**

A. La probabilité qu'un sujet souffre d'hypertension sachant que son âge est supérieur à 60 est de 0,84

B. Les événements A et B sont indépendants

C. Les événements A et B sont compatibles

D. Si un nombre suffisant de sujets ont été testés, environ 21% d'entre eux avaient plus de 60 ans et étaient hypertendus.

E. Les événements A et B s'excluent mutuellement

**R6. A, C, D**

# Exemples des questions

**E7. Dans un échantillon de 4000 sujets, on a 2000 qui pratique le cyclisme parmi lesquelles 200 sujets souffrent de douleur au genou et 2000 sujets avec une qui ne pratique pas le cyclisme parmi lesquelles 20 sujets souffrent de douleur au genou. Lesquelles des réponses suivantes sont correctes:**

A. pratiquer le cyclisme et douleur au genou sont indépendantes

B. pratiquer le cyclisme et douleur au genou sont mutuel exclusifs

C. la probabilité d'avoir douleur au genou si on pratique le cyclisme est 0,1

D. l'événement pratiquer le cyclisme = oui est un événement élémentaire

E. un sujet a 10 fois plus de risque d'avoir douleur au genou s'il pratique le cyclisme compare à ceux qui il ne pratique pas le cyclisme

**R7. C, D, E** Voir les conseil donnés au diapo suivant

# *Solution de l’exercice*

| | douleur au genou (oui) | douleur au genou (non) | Total |
|---|---|---|---|
| **cyclisme (oui)** | 200 | 1800 | 2000 |
| **cyclisme (non)** | 20 | 1980 | 2000 |
| Total | 220 | 3780 | 4000 |

Soit les évènements F={pratiquer le cyclisme}; D={avoir douleur au genou}

$\Pr(D \cap F) = \frac{200}{4000} = 0.05$

$\Pr(D) = 220/4000 = 0.055$

$\Pr(F) = 200/4000 = 0.05$

$\Pr(D \cap F) \neq \Pr(D) \cdot \Pr(F)$

$\Pr(D/nonF) = \frac{20}{2000} = 0.01$; $\Pr(D/F) = 200/2000 = 0.1$

$RR = \frac{\Pr(D/F)}{\Pr(D/nonF)} = 0.1/0.01 = 10$

# Exemples des questions

**E8. *Les fréquences des groupes sanguins sur la population roumaine sont les suivantes: 33% groupe 0, 43% groupe A, 16% groupe B et 8% groupe AB. La probabilité qu'un sujet choisi au hasard dans la population ait un groupe 0 ou A est :**

A. 0.55

B. 0.76

C. 0.43

D. 0.70

E. 0.20

**R8: B**

*Solution de l'exercice* -> soit les évènements M={avoir legroupe 0}; N={avoir le groupe A}; P={avoir le group B}; Q={avoir le groupe AB}; Pr(M)≈0.33; Pr(N)≈0.43; Pr(P)≈0.16 et Pr(Q)≈0.08

**Pr(M∪N)=Pr(M)+Pr(N)-Pr(M∩N)->Pr(M∪N)=0.33+0.43-0=0.76**

# Exemples des questions

**E9. *Dans une population adulte de 1 300 sujets, 500 sujets ont été vaccinés contre la grippe. Au cours d'une épidémie de grippe, 10% des sujets étaient infectés par la grippe et 3% des sujets vaccinés avaient la grippe. Nous choisissons au hasard un sujet de la population de référence et considérons les événements: A = {le sujet a été vacciné}, B = {le sujet a eu la grippe}, C = {le sujet a été vacciné et a eu la grippe}. La probabilité qu' un sujet tiré au hasard soit a été vacciné ou il a eu la grippe, est égale a:**

A. 0.473

B. 0.200

C. 0.067

D. 0.490

E. 0.202

**R9: A**

*Solution de l'exercice* -> Pr(A∪B)=Pr(A)+Pr(B)-Pr(A∩B); Pr(A)=500/1300; Pr(B)=0.10; Pr(B/A)=0.03

Pr(B/A)=Pr(A∩B)/Pr(A)-> Pr(A∩B)=0.012-> Pr(A∪B)=0.385+0.10-0.012=0.485-0.03=0.473

# Exemples des questions

**E11. *Dans une étude clinique évaluant la performance du test de tolérance au glucose pour le diagnostic du diabète par une collecte d'échantillon représentative (chaque sujet avait la même chance d'être sélectionné dans l'échantillon) des 500 diabétiques 495 ont eu le test positif et parmi les 100 sujets sains 18 ont été incorrectement classés comme diabétiques. La sensibilité et la spécificité du test sont:**

A. Se=0.95; Sp=0.85

B. Se= 0.77; Sp=0.87

C. Se=0.99; Sp=0.82

D. Se=0.67; Sp=0.57

E. Ils ne peuvent pas être déterminés

**R11. C**

*Solution de l'exercice-> créerez le tableau de contingence et utilisez les formules données au diapo 33*

# *Solution de l’exercice*

| | **M=avoir diabète** | **nonM** | Total |
|---|---|---|---|
| **T=résultat positif au test de tolérance au glucose** | 495 | 18 | 513 |
| **nonT** | 5 | 82 | 87 |
| Total | 500 | 100 | 600 |

Se = Pr(T | M) ≈ 495 / 500=0.99

Sp = Pr(nonT | nonM) ≈ 82/ 100=0.82

# Exemples des questions

**E12. Nous supposons qu'un médecin effectue un examen par ecographie pulmonaire pour un patient afin de diagnostiquer la pneumonie. D'après les dossiers, le médecin sait que sur 100 cas, 20 étaient des cas de pneumonie. De même, dans 94% des cas de pneumonie, l'échographie pulmonaire a donné un résultat positif, tandis que 96% des patients sans pneumonie ont eu un résultat négatif à l'échographie. Lesquelles des réponses suivantes sont correctes :**

A. Le médecin peut dire que la probabilité d'avoir la pneumonie connaissant que a l'échographie le patient a eu un résultat positif est de 0,855

B. La sensibilité de la radiographie pulmonaire était de 94%

C. La spécificité de la radiographie pulmonaire était de 4%

D. La prévalence de la pneumonie était de 20%

E. 98,46% des patients qui ont eu un résultat négatif à l'échographie, ne souffrent pas de pneumonie

**R12. A, B, D, E**

# *Solution de l'exercice*

- **Note**: si la prévalence de la maladie est connue, on peut calculer VPP et VPN avec la theoreme de Bayes:

| | **M=avoir la pneumonie** | **nonM** | Total |
|---|---|---|---|
| **T=avoir resultat positif a l'ecographie** | a | b | a+b |
| **nonT=avoir resultat negatif a l'ecographie** | c | d | c+d |
| Total | 20 | b+d | 100 |

$$VPP = \Pr(M|T) = \frac{\Pr(T|M) \times \Pr(M)}{\Pr(T|M) \times \Pr(M) + \Pr(T|nonM) \times \Pr(nonM)}$$

$$VPN = \frac{(1 - \Pr(M)) \times Sp}{(1 - \Pr(M)) \times Sp + \Pr(M) \times (1 - Se)}$$

Pr(M)=20/100=0.20

Se=Pr(T/M)=0.94
Sp=Pr(nonT/nonM)=0.96

# Exemples des questions

**E13. Supposons que nous ayons mené une étude sur la relation entre la consommation excessive d'alcool et les taux élevés de triglycérides chez une population de 900 sujets adultes. Considérant que parmi les 300 sujets qui ont consommé un excès d'alcool, 100 avaient un taux accru de triglycérides et parmi ceux qui ne consommaient pas d'alcool en excès, 200 présentaient un taux accru de triglycérides. Si un patient extrait au hasard alors:**

A. La probabilité que le patient soit alcoolique et qu'il ait des triglycérides plus élevés est de 0,11

B. La probabilité que le patient ne consomme pas d'alcool en excès est 2/3

C. La probabilité que le patient présente des niveaux élevés de triglycérides est 1/3

D. La probabilité que le patient ne présente pas de taux élevés de triglycérides ne peut être déterminée

E. La probabilité que le patient consomme trop d'alcool ne peut être estimée

**R13. A, B, C**

*Solution de l'exercice-> créerez le tableau de contingence et puis calculer les probabilities demandé (voir l'exemple de l'exercice 7)*

# Exemples de questions

**Table 2** Univariable analysis for the comparison of PE occurrence ($n = 1240$)

| Variables | Diagnosis of PE No ($n = 1137$) | Diagnosis of PE Yes ($n = 103$) | OR |
|---|---|---|---|
| Demographics | | | |
| Age, years | 64 ± 17 | 63 ± 16 | 0.99 |
| Male, *n* (%) | 648 (57.0) | 73 (70.9) | 1.83 |
| BMI, kg/m$^2$ | 28.2 ± 6.3 | 27.3 ± 5.6 | 0.98 |
| Time from illness onset to hospitalization*, days | 7.0 ± 4.5 | 8.6 ± 5.7 | 1.38 |
| Cardiovascular risk factors, *n* (%) | | | |
| Smoking | 172 (15.4) | 9 (8.9) | 0.54 |
| Hypertension | 515 (45.7) | 44 (42.7) | 0.89 |
| Diabetes | 249 (22.0) | 19 (18.4) | 0.81 |
| Dyslipidaemia | 294 (26.0) | 22 (21.4) | 0.78 |
| Familial premature CVD | 17 (1.6) | 2 (2.0) | 1.39 |
| Comorbidities, *n* (%) | | | |
| COPD | 69 (6.1) | 8 (7.8) | 1.32 |
| Chronic kidney disease | 117 (10.4) | 9 (9.0) | 0.87 |
| Stroke | 92 (8.2) | 2 (1.9) | 0.24 |
| Peripheral arterial disease | 54 (4.8) | 6 (5.8) | 1.25 |
| Atrial fibrillation | 116 (10.3) | 1 (1.0) | 0.10 |
| Chronic heart failure | 105 (9.3) | 12 (11.8) | 1.31 |
| Coronary artery disease | 124 (10.9) | 9 (8.7) | 0.74 |
| Malignancy | 159 (14.0) | 8 (7.8) | 0.53 |
| Venous thrombo-embolic disease | 88 (7.7) | 10 (9.7) | 1.30 |
| Immunodeficiency | 58 (5.1) | 5 (4.9) | 0.98 |

*Values are n (%) or mean ± SD. PE, pulmonary embolism; OR, odds ratio; BMI, body mass index; CVD, cardiovascular disease; COPD, chronic obstructive pulmonary disease;*

**E14. Regardez la table suivant (contenant des résultats partiels) depuis une article scientifique médical. Il décrit les facteurs de risque et les caractéristiques de base des patients atteints d'EP (embolie pulmonaire) dans une cohorte de patients COVID-19. Répondez aux questions de la diapositive suivante:**

Source: Fauvel C, Weizman O, Trimaille A, Mika D, Pommier T, Pace N, Douair A, Barbin E, Fraix A, Bouchot O, Benmansour O, Godeau G, Mecheri Y, Lebourdon R, Yvorel C, Massin M, Leblon T, Chabbi C, Cugney E, Benabou L, Aubry M, Chan C, Boufoula I, Barnaud C, Bothorel L, Duceau B, Sutter W, Waldmann V, Bonnet G, Cohen A, Pezel T; Critical Covid-19 France Investigators. Pulmonary embolism in COVID-19 patients: a French multicentre cohort study. Eur Heart J. 2020 Jul 1;41(32):3058-3068.

Lien vers l'article: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/32656565/

# EXEMPLES DE QUESTIONS

**Lesquelles des réponses suivantes sont correctes :**

A. OR=1.83 signifie que l' odds d'avoir l' embolisme pulmonaire est plus élevé (1.83 fois) si le patient malade de COVID-19  est un homme

B. OR=1.83 signifie que dans l' échantillon d'enquête, un homme malade de COVID-19 a un odds d'avoir l' embolisme pulmonaire 1,83 fois plus élevé qu'une femme malade de COVID-19

C. OR=1.32 signifie que dans l' échantillon d' enquête des patients COVID-19, la maladie cardiovasculaire etait un facteur de risque pour l' embolisme pulmonaire

D. OR= 0.24 signifie qu'un patient COVID-19 avec un histoire d'AVC a un odds d'avoir l' embolisme pulmonaire 0.24 fois inferieur/plus fable qu'un patient COVID-19 sans d' histoire d'AVC

E. Dans l' échantillon d'enquête, l'histoire d'AVC était un facteur de risque pour l' embolisme pulmonaire

## R14: A, B, C, D

# EXEMPLES DE QUESTIONS

**E15. Regardez la table suivant (contenant des résultats partiels) depuis une article scientifique médical. Il décrit l'association entre la parodontite et la severite de l'infection COVID-19. Répondez aux questions de la diapositive suivante:**

TABLE 3 Associations between periodontal condition and COVID-19 complications

| | Controls (*n* = 528) | Cases: All COVID complications (*n* = 40) | |
|---|---|---|---|
| Periodontal condition | | | Unadjusted OR (95% CI) |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 7 (17.5) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 33 (82.5) | 6.34 (2.79–14.61) |
| | | Cases: death (*n* = 14) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 1 (7.1) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 13 (92.9) | 17.5 (2.27–134.8) |
| | | Cases: ICU admission (*n* = 36) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 7 (19.4) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 29 (80.6) | 5.57 (2.40–12.9) |
| | | Cases: need for assisted ventilation (*n* = 20) | |
| Stage 0–1 | 303 (57.4) | 3 (15.8) | 1 |
| Stage 2–4 | 225 (42.8) | 17 (85.0) | 7.31 (2.21–26.3) |

Résultats partiels de l'article.

Source: Marouf N, Cai W, Said KN, Daas H, Diab H, Chinta VR, Hssain AA, Nicolau B, Sanz M, Tamimi F. Association between periodontitis and severity of COVID-19 infection: A case-control study. J Clin Periodontol. 2021 Feb 1. doi: 10.1111/jcpe.13435.

Lien vers l'article: [https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33527378/](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33527378/)

# EXEMPLES DE QUESTIONS

**Lesquelles des réponses suivantes sont correctes :**

A. OR=6,34 signifie que l' odds d'avoir des complications associés au COVID-19 chez les sujets COVID-19 soufrant de parodontite est plus élevé (6,34 fois) que dans le group des patients sans parodontite

B. OR=6,34 signifie que dans l' échantillon d'enquête, la parodontite est un facteur de risque pour la présence des complications associe au COVID-19

C. OR=7,31 signifie que dans l' échantillon d' enquête des patients COVID-19, la parodontite etait un facteur de risque pour la besoin de la ventilation assistée

D. OR=6,34 signifie que dans l' échantillon d'enquête, la parodontite est un facteur protecteur pour la présence des complications associe au COVID-19

E. OR=6,34 signifie que l' odds d'avoir des complications associés au COVID-19 chez les sujets COVID-19 soufrant de parodontite est 6,34 fois plus faible que dans le group des patients sans parodontite

**R15: A, B, C**

## MERCI POUR VOTRE ATTENTION!

**Contact:** Conf.univ.dr. Mihaela Iancu
Email: miancu@umfcluj.ro