

Tests statistiques Non paramétriques

Plan du cours

Tests paramétriques vs non paramétriques

test des rangs signés de Wilcoxon pour 2 échantillons appariés

Test de Mann Whitney U pour 2 échantillons indépendants

Test de Kruskal-Wallis (> 2 échantillons indépendantes)

Test de Friedman (> 2 échantillons dépendants)

Aucune hypothèse concernant la distribution des données n'est nécessaire pour les tests non paramétriques!

Types de tests statistiques

- **Tests PARAMÉTRIQUES**

- Utilise des distributions de probabilités
- Ils utilisent des conditions sur la distribution des données
 - Ex. la loi de distribution Normale pour un test Z
 - La loi de distribution t pour un test de Student
 - Les contraintes du modèle sont fortes

- **Tests NON PARAMÉTRIQUES**

- N'utilise pas des distributions des probabilités
- Toutefois certaines conditions d'application doivent être vérifiées
- Les contraintes du modèle sont plus relaxées
- Ex. Mann Whitney U, Wilcoxon

Les tests non paramétriques: Avantages/ désavantages

- **AVANTAGES** des tests NON PARAMÉTRIQUES

- Utilisables si **les conditions d'applications des autres méthodes ne sont pas satisfaites.**
- **Les probabilités** des résultats de la **plupart** des tests **sont exactes.**
- utilisation pour des petites **échantillons (de taille ≤ 6)**
 - **Si la distribution des données n'est pas connue**
- Les seuls tests qui permettent le traitement de **données qualitatives ordinales**
- sont plus **facile** à apprendre et à les appliquer que les tests paramétriques

- **DÉSAVANTAGES** des tests NON PARAMÉTRIQUES

- quand les conditions des test paramétriques sont remplies,
 - ils sont plus puissants que les tests non-paramétriques.

Tests paramétriques vs. non paramétriques

Paramétriques

- ✓ impliquent hypothèse/condition sur la distribution de probabilité de la variable d'intérêt (par exemple, la distribution normale)
- ✓ impliquent l'estimation des paramètres de cette distribution (la moyenne ou la différence des moyennes) à partir des données de l'échantillon.
- ✓ comparer des valeurs
- ✓ les hypothèses (H_0 , H_1) portent sur des paramètres de population

Non-paramétriques

- ✓ *distribution free* : pas d'hypothèse sur la distribution de la variable d'intérêt
- ✓ utilisé quand:
 - la variable d'intérêt est une variable ordinale
 - il y a des valeurs aberrantes définies
- ✓ comparer les rangs
- ✓ les hypothèses (H_0 , H_1) sont plus générales

Rangs & Somme de rangs & Rang moyen & Valeurs ex aequo

- **Rangs** = numéros d'ordre qui vont substituer les valeurs dans l'ensemble (ordonnée) des données
- La transformation des valeurs → rangs va conduire à deux conséquences:
 - la distribution des rangs devient symétrique, quelle qu'ait été la distribution initiale de données
 - le rôle des points atypiques (extrêmes) est considérablement réduit

Question de recherche:

Au risque $\alpha = 5\%$, il y a une différence significative concernant les valeurs de l'Indice de masse corporelle (IMC) chez les adolescents ayant une mode de vie active (Groupe A) et ceux qui sont habitués à mener une vie sédentaire (Groupe B)??

Somme de rangs: $S_A = \sum_{k=1}^{n_1} r_k$ pour le Group A;

$S_B = \sum_{i=1}^{n_2} r_i$ pour le Group B; le rang moyen du Groupe A: $\bar{r}_1 = S_A / n_1$; le rang moyen du Groupe B: $\bar{r}_2 = S_B / n_2$

Numérotation (ou numéro global)	IMC (kg/m ²)	Groupe	IMC ordonné (kg/m ²)	Rangs	Groupe
1	18.9	active	18.9	1	active
2	23.5	active	23	2	sédentaire
3	23.6	active	23.5	3	active
4	23.8	active	23.6	4	active
5	24.7	active	23.8	5	active
6	26.2	active	24.7	6	active
7	30.1	active	26	7	sédentaire
8	23	sédentaire	26.2	8	active
9	26	sédentaire	26.4	9	sédentaire
10	26.4	sédentaire	28.4	10	sédentaire
11	28.4	sédentaire	29.8	11	sédentaire
12	29.8	sédentaire	30.1	12	active
13	35.6	sédentaire	35.6	13.5	sédentaire
14	35.6	sédentaire	35.6	13.5	sédentaire

Valeurs ex aequo

$13.5 = (13+14)/2$

Les tests non paramétriques

- **Le principe:**
 - **Ils transforment les données dans des rangs**
 - Puis ils font **la somme des rangs** des groupes à comparer
 - Puis ils vérifient si la somme des rangs semble être « extrême » du point de vue des distributions des rangs (inférieure à 5% probabilité par rapport à l'hypothèse nulle)
 - Si c'est le cas \Rightarrow rejet de $H_0 \Rightarrow$ en faveur de H_1 (en gros, on accepte H_1)
 - Si non \Rightarrow on peut pas rejeter le H_0
- Même si on ne connaît pas les détails de la technique, on peut interpréter les tests avec la **p-valeur** comme pour tous les tests statistiques.
 - ☐ Si $p\text{-value} < \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on rejette H_0 en faveur de H_1 (en faveur de H_1)
 - ☐ Si $p\text{-value} \geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter H_0

Test des signes et rangs de Wilcoxon (ou le test des rangs signés de Wilcoxon)

- utilisé comme alternative pour le test t pour des échantillons appariés lorsque les données **NE suivent pas** la distribution Gaussienne
- **Objectif du test:** comparer les distributions d'une **variable quantitative qui ne suit pas la loi Normale ou une qualitative ordinale (X)** par rapport a deux échantillons dépendantes/appariés
- **Principe du test:**
 - on travaille avec la variable "Différence" notée par D ayant les valeurs d_i = différence des valeurs de la variable X entre les 2 échantillons appariés
 - prendre en compte non seulement les signes des différences, mais également des amplitudes de ces différences.
 - attribuer un poids plus important a une différence de plus grande amplitude

Test des signes et rangs de Wilcoxon (ou le test des rangs signés de Wilcoxon)

Conditions d'application:

- les observations sont indépendants dans les échantillons
- on compare deux échantillons dépendants
- la variable d'intérêt est mesurée sur l'échelle ordinale
- la variable d'intérêt est une quantitative continue/discrete et elle ne suit pas la loi Normale de probabilité

Formulation des Hypotheses

H_0 : il n'y a pas de différence significative entre les distributions des rangs (ou la distribution des paires de différences est symétrique par rapport à 0)

H_1 : il y a une différence significative entre les distributions des rangs (la distribution des paires de différences n'est pas symétrique par rapport à 0)

Choisir le niveau de signification $\alpha = 0,05$

- on calcule la variable différence D pour chaque paire
- on va supprimer les sujets pour lesquels la différence est nulle
- on va construire la variable auxiliaire notée $\text{signe}(D)$ défini comme une variable qualitative avec 2

modalités : $\text{signe}(D) = \begin{cases} + & \text{si } d_i > 0 \\ - & \text{si } d_i < 0 \end{cases}$

Test des signes et rangs de Wilcoxon (ou le test des rangs signés de Wilcoxon)

- on va calculer les valeurs absolues des différences: $|d_i|$
- on va calculer les rangs des valeurs absolues: Rangs $(|d_i|)$

Definir la statistique **$W = \text{Min}(W^-, W^+)$** ou $W^+ =$ **sommes des rangs positifs** et $W^- =$ **sommes des rangs négatifs associées aux différences (d_i) positives et négatives respectivement**

$$W^+ + W^- = \frac{n(n+1)}{2} \text{ ou } n = \text{taille de l'échantillon}$$

La statistique W est une variable quantitative discrète et sa loi sous H_0 est symétrique

Determiner la **valeur critique W_α** (qui va donner **RnonR= région de NON-Rejet de H_0**) et la **p-valeur** (pour le niveau de signification $\alpha = 0,05$):

Premier cas: $n \leq 15$ \Rightarrow on cherche dans la table de la loi de Wilcoxon le plus grand nombre entier W_α tel que $\Pr(W \leq W_\alpha) = \alpha/2 \Rightarrow$ **RnonR = $]W_\alpha, n(n+1)/2 - W_\alpha[$**

Deuxieme cas: $n > 15$ \Rightarrow la statistique du test $W \approx$ une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$ ayant la moyenne $\mu = \frac{n(n+1)}{2}$ et variance $\sigma^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$

\Rightarrow on va deduire la variable Z centrée et réduite $Z = \frac{W - \mu}{\sigma} \approx N(0,1) \Rightarrow$ **RnonR = $] -Z_\alpha, Z_\alpha[$** ou **$Z_\alpha =$** valeur critique dans la table de la loi $N(0,1)$

Test des signes et rangs de Wilcoxon

Calcul de la p-valeur

Premier cas: $n \leq 15$ $\Rightarrow p = 2 \times \Pr(W \leq W_o | \text{sous } H_0)$ ou W_o = valeur calculée ou observée de la statistique **$W = \text{Min}(W-, W+)$**

Deuxieme cas: $n > 15$ $\Rightarrow p = 2 \times \Pr(|Z| \geq Z_o | \text{sous } H_0)$ ou Z_o = valeur calculée ou observée de la statistique **Z**

Decision du test basée sur la RnonR

Premier cas: $n \leq 15$

- Si $W_o \in \text{RnonR}$ (ou $W_o \geq W_\alpha$) \Rightarrow on Ne rejette pas H_0
- Si $W_o \notin \text{RnonR}$ (ou $W_o < W_\alpha$) \Rightarrow on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur du H_1

Deuxieme cas: $n > 15$

- Si $Z_o \in \text{RnonR}$ (ou $Z_o \geq Z_\alpha$) \Rightarrow on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur du H_1
- Si $Z_o \notin \text{RnonR}$ (ou $Z_o < Z_\alpha$) \Rightarrow on NE rejette pas H_0

Decision du test basée sur la p-valeur:

- Si p-valeur $< \alpha$ ($=0,05$) \Rightarrow on rejete H_0 en faveur de H_1 (en faveur du H_1)
- Si p-valeur $\geq \alpha$ ($=0,05$) \Rightarrow on ne peut pas rejeter H_0

Test des signes et rangs de Wilcoxon: Exemple de calcul

- Exemple: Un échantillon de taille $n = 8$ enfants de 8 à 10 ans présentant une carence en fer sans anémie ont reçu un traitement pour améliorer leur fonction cognitive.
- On mesure cette fonction par le score au test d'apprentissage verbal de Hopkin (*engl. Hopkins Verbal Learning Test*), avant et après traitement.
- On obtient les valeurs du tableau suivant:

Enfants	Avant traitement	Après 1 mois du traitement
1	5	3.3
2	3.1	6
3	2.7	6.5
4	1.2	1.2
5	1.8	3.2
6	0.5	5.3
7	3.6	4
8	6.2	5.6

- **Peut-on conclure, au risque $\alpha = 5\%$ qu'il y a un effet significatif du traitement sur la fonction cognitive? (test bidirectionnelle)**

Test des signes et rangs de Wilcoxon: Exemple de calcul

Enfants	Avant traitement	Après 1 mois du traitement	Differences (d_i)	Sign (d_i)	$ d_i $	Rangs ($ d_i $)
1	5	3,3	1,7	+	1,7	4
2	3,1	6	-2,9	-	2,9	5
3	2,7	6,5	-3,8	-	3,8	6
4	1,2	1,2	0	.	.	.
5	1,8	3,2	-1,4	-	1,4	3
6	0.5	5,3	-4,8	-	4,8	7
7	3,6	4	-0,4	-	0,4	1
8	6,2	5,6	0,6	+	0,6	2

Note: le test ne peut pas être utilisé s'il y a de nombreuses différences nulles, car les différences égales à zéro sont omises

Test des signes et rangs de Wilcoxon: Exemple de calcul

Conditions d'application du test:

- les observations sont indépendants dans les échantillons
- on compare deux échantillons dépendants
- les variables sont mesurées sur l'échelle ordinale
- quantitative continues/discrets

Formulation des Hypotheses:

H_0 : Il n'y a pas de différence significative entre les distributions des rangs associés aux scores de la fonction cognitive dans la population d'enfants de 8 à 10 ans présentant une carence en fer sans anémie.

H_1 : Il y a une différence significative entre les distributions des rangs associés aux scores de la fonction cognitive dans la population d'enfants de 8 à 10 ans présentant une carence en fer sans anémie

$\alpha = 0,05$

Definir la statistique $W = \text{Min}(W-, W+)$

$W+ = 4+2= 6$; $W- = (5+6+3+7+1)=22$

Test des signes et rangs de Wilcoxon: Exemple de calcul

Valeure calculée ou observée de la statistique W est $W_0 = \text{Min}(W^-, W^+) = 6$

Determiner la valeur critique W_α (qui va donner **RnonR= région de NON-Rejet de H_0) et la p-valeur (pour le niveau de signification $\alpha = 0,05$):**

Premier cas: $n=7 \leq 15 \Rightarrow$ on cherche dans la table de la loi de Wilcoxon et on trouve la valeur critique $W_\alpha = 2 \Rightarrow \text{RnonR} =]2, 7(7+1)/2 - 2[=]2, 26[$

Calculer la p-value (niveau de signification α) pour le test bilatéral
 $p = 2 \times \text{Pr}(W \leq W_0 | \text{sous } H_0) = 2 \times \text{Pr}(W \leq 6 | \text{sous } H_0) = 0,219$

Decision du test basée sur la RnonR:

- $W_0 = 6 \in \text{RnonR} =]2, 26[\Rightarrow$ on ne rejette pas H_0

Decision du test basée sur la p-Valeur:

- $p\text{-valeur} = 0,219 \geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter $H_0 \Rightarrow$ au risque $\alpha = 5\%$, notre étude n'a pas fourni de preuves suffisantes pour conclure à l'existence d'un effet significatif du traitement sur la fonction cognitive dans la population d'enfants de 8 à 10 ans présentant une carence en fer sans anémie.

Test bilatéral			Tests unilatéraux		
n	risque 5%	risque 1%	n	risque 5%	risque 1%
6	0		6	2	
7	2		7	2	
8	3	0	8	5	
9	5	1	9	8	2
10	8	3	10	10	4
11	10	5	11	13	7
12	13	9	12	17	9
13	17	9	13	21	12
14	21	12	14	25	15
15	25	15	15	30	19
16	29	19	16	35	23
17	34	23	17	41	27
18	40	27	18	47	32
19	46	32	19	53	37
20	52	37	20	60	43
21	59	43	21	68	48
22	66	49	22	75	53
23	73	55	23	83	61
24	81	61	24	92	68
25	89	68	25	101	76

Ou voir le lien: <http://www.cons-dev.org/elearning/stat/Tables/Tab5.html>

Le test de Mann-Whitney

- ✓ **Autre noms:** le test de Wilcoxon de la somme des rangs ou encore le test de Mann-Whitney-Wilcoxon
- ✓ **Equivalent** non paramétrique **du test paramétrique**
 - le test t de Student pour des échantillons indépendants
- ✓ **Conditions d'application:**
 - les observations sont indépendants dans les échantillons
 - on compare deux échantillons indépendants
 - la variable d'intérêt:
 - quantitative continue/discrète
 - ou qualitative ordonnée (ordinaire)
 - La forme de la distribution des échantillons peut être:
 - similaire
 - différente
- ✓ **Utilisé fréquemment** quand les données n'ont pas une distribution Normale, et on peut pas utiliser le test t pour des échantillons indépendants

Le test de Mann-Whitney

- **Hypothèses:**

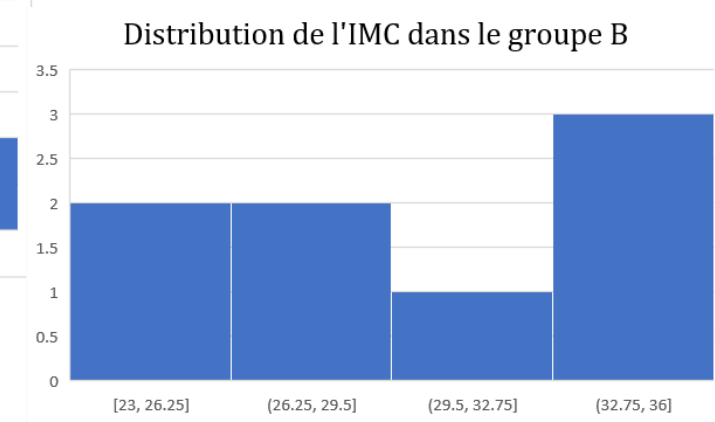
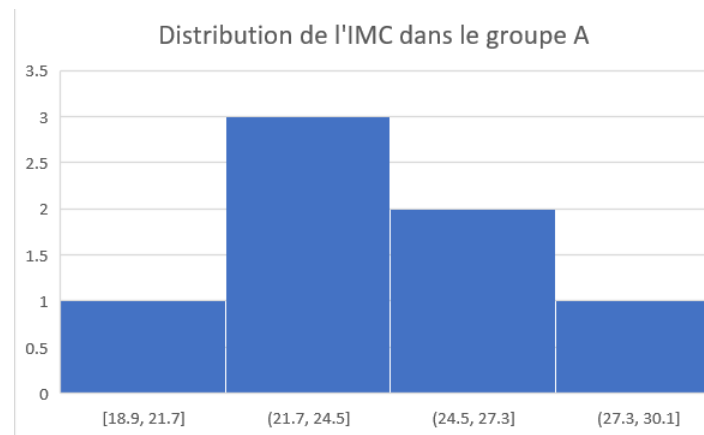
- H_0 : Il n'y a pas de différence significative entre les distributions des scores ou des rangs de la variable d'intérêt dans les deux populations
- H_1 : Il y a une différence significative entre les distributions des scores ou des rangs de la variable d'intérêt dans les deux populations
- Une autre définition du H_1 est:
 - H_1 : il y a une différence entre les moyenne des rangs associées aux valeurs de la variable d'intérêt dans les deux populations
- H_1 peut être différent en fonction de la forme de la distribution des échantillons
 - la distribution des valeurs de la variable d'intérêt est similaire dans les 2 échantillons
 - H_1 : il y a une différence significative entre les médianes des rangs dans les 2 populations
 - la distribution est différente
 - H_1 : il y a une différence significative entre les moyenne des rangs / distributions des rangs dans les deux populations

Le test de Mann-Whitney

Exemple: Au risque $\alpha = 5\%$, il y a une différence significative concernant les valeurs de l'Indice de masse corporelle (IMC) chez les adolescents ayant une mode de vie active (Groupe A) et ceux qui sont habitués à mener une vie sédentaire (Groupe B)??

	A	B	C
1	Numérotation	IMC (kg/m ²)	Groupe
2	1	18.9	A
3	2	23.5	A
4	3	23.6	A
5	4	23.8	A
6	5	24.7	A
7	6	26.2	A
8	7	30.1	A
9	8	23	B
10	9	26	B
11	10	26.4	B
12	11	28.4	B
13	12	29.8	B
14	13	35.6	B
15	14	35.6	B
16	15	36	B

Dans notre exemple les données n'ont pas de distribution Normale (voir les histogrammes)



Les étapes du test de Mann Whitney

- On doit construire un tableau avec **toutes les valeurs de l'IMC** des deux échantillons (un tableau avec $N=n_1+n_2$ lignes)
- Toutes ces valeurs sont ordonnées **en ascendant**
- chaque valeur va être **numéroter** du plus petite à la plus grande (même les valeurs identiques)
- on va donner à chaque valeur un **rang**.
- Si il y a des **valeurs identiques** on va donner la **moyenne** des numérotations qui leur correspondent

	A	B	C	D	E	F
	Numérotation	IMC (kg/m ²)	Groupe	IMC ordonné (kg/m ²)	Rangs	Groupe
1	1	18.9	A	18.9	1	A
2	2	23.5	A	23	2	B
3	3	23.6	A	23.5	3	A
4	4	23.8	A	23.6	4	A
5	5	24.7	A	23.8	5	A
6	6	26.2	A	24.7	6	A
7	7	30.1	A	26	7	B
8	8	23	B	26.2	8	A
9	9	26	B	26.4	9	B
10	10	26.4	B	28.4	10	B
11	11	28.4	B	29.8	11	B
12	12	29.8	B	30.1	12	A
13	13	35.6	B	<u>35.6</u>	<u>13.5</u>	B
14	14	35.6	B	<u>35.6</u>	<u>13.5</u>	B
15	15	36	B	36	15	B

Les étapes du test de Mann Whitney

- On fait la **somme** et la **moyenne observée des rangs** pour **groupe A** (SR_1, MR_1) et **groupe B** (SR_2, MR_2), et la somme et la moyenne totale des rangs (SR_T, MR_T)

$$SR_1 = 39$$

$$SR_2 = 81$$

$$SR_T = 120 = N*(N+1)/2 \quad N = n_1 + n_2 = 15$$

$$MR_1 = 39 / n_1 = 39 / 7 = 5,57$$

$$MR_2 = 81 / n_2 = 81 / 8 = 10,13$$

$$MR_T = 8 = [N*(N+1)/2]/N = (N+1)/2$$

La moyenne des rangs de chaque groupe donne une idée du milieu des rangs des deux échantillons:

ex. groupe 2 > groupe 1

- Sous l'hypothèse nulle les deux distributions ne sont pas différents.
 - Donc les rangs qui leur correspondent doivent être mélangés de manière égale

Les étapes du test de Mann-Whitney

- Calculer U en fonction de

$$U = n_1 \times n_2 + n_g \times \frac{(n_g+1)}{2} - SR_g$$

- n_1 et n_2 et n_g (1 ou 2)

- **On calcule les quantités U_1 et U_2 pour groupe 1 et le groupe 2:**

$$U_1 = n_1 \times n_2 + n_1 \times \frac{(n_1+1)}{2} - SR_1 = 7 \times 8 + 7 \times \frac{(7+1)}{2} - 39 = 25$$

$$U_2 = n_1 \times n_2 + n_2 \times \frac{(n_2+1)}{2} - SR_2 = 7 \times 8 + 8 \times \frac{(8+1)}{2} - 81 = 11$$

- la statistique U du test de Mann-Whitney de l'échantillon est défini comme la plus petite des deux valeurs U_1 et U_2
- $U = \min (U_1, U_2)$
- la statistique U va avoir une distribution symétrique autour de la

$$\text{moyenne} = \frac{n_1 \times n_2}{2}$$

Les étapes du test de Mann-Whitney

Determiner **la valeur critique U_α** (qui va donner **RnonR**= région de **NON-Rejet de H_0**)

Premier cas (petites échantillons): $n \leq 15$ \Rightarrow on cherche dans la table de Mann-Whitney la valeur critique U_α

Deuxieme cas: $n > 15$ \Rightarrow la statistique du test $U \approx$ une loi normale $N(\mu, \sigma^2)$

ou moyenne $\mu = \frac{n_1 \times n_2}{2}$ et variance $\sigma^2 = \frac{n_1 \times n_2 \times (n_1 + n_2 + 1)}{12}$

\Rightarrow on va deduire la variable Z centrée et réduite $Z = \frac{U - \mu}{\sigma} \approx N(0,1)$

\Rightarrow **RnonR** = $] -Z_\alpha, Z_\alpha[$ ou Z_α = valeur critique dans la table de la loi $N(0,1)$

Les étapes du test de Mann-Whitney

Calcul de la p-valeur

Premier cas: $n \leq 15$ $\Rightarrow p = 2 \times Pr(U \leq U_o | \text{sous } H_0)$ ou U_o = valeur calculée ou observée de la statistique $U = \min(U_1, U_2)$

Deuxieme cas: $n > 15$ $\Rightarrow p = 2 \times Pr(|Z| \geq Z_o | \text{sous } H_0)$ ou Z_o = valeur calculée ou observée de la statistique Z

Decision du test basée sur la RnonR

Premier cas: $n \leq 15$:

- Si $U_o \geq U_\alpha \Rightarrow$ on Ne rejette pas H_0
- Si $U_o < U_\alpha \Rightarrow$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur du H_1

Deuxieme cas: $n > 15$:

- Si $Z_o \geq Z_\alpha \Rightarrow$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur du H_1
- Si $Z_o < Z_\alpha \Rightarrow$ on NE rejette pas H_0

Decision du test basée sur la p-valeur:

- Si p-valeur $< \alpha$ ($=0,05$) \Rightarrow on rejete H_0 en faveur de H_1 (en faveur du H_1)
- Si p-valeur $\geq \alpha$ ($=0,05$) \Rightarrow on ne peut pas rejeter H_0

Les étapes du test de Mann-Whitney

Decision du test pour notre exemple

Decision du test basée sur la Valeur critique U_{α}

$U_o = \min(11, 25) = 11 \geq U_{\alpha} = 10$ (voir le diapositif suivant pour $n_1=7$, $n_2=8$ et $\alpha=0,05$
 $\Rightarrow U_{\alpha} = 10$) \Rightarrow on Ne rejette pas $H_0 \Rightarrow$ au risque $\alpha = 5\%$, on ne peut pas dire qu'il existe (ou on n'a pas trouvé) une différence significative en ce qui concerne les valeurs de l'IMC chez les adolescents ayant une mode de vie active et ceux qui sont habitués à mener une vie sédentaire.

Decision du test basée sur la p-valeur:

p-valeur $= 0,051 \geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter $H_0 \Rightarrow$ au risque $\alpha = 5\%$, on ne peut pas dire qu'il existe (ou on n'a pas trouvé) une différence significative en ce qui concerne les valeurs de l'IMC chez les adolescents ayant une mode de vie active et ceux qui sont habitués à mener une vie sédentaire.

La table de Mann=Whitney pour trouver les valeurs critiques U_{α} ($\alpha=0,05$; test bilatéral, tailles des deux échantillons N_1 et N_2)

N_2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N_1																
2				0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	0	1	2	3	4	4	5	6	7	9	10	11	11	12	13	14
5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	.	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	.	.	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	.	.	.	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	45	50	54	59	63	67	72	76
14	55	59	64	69	74	78	83
15	64	70	75	80	85	90
16	75	81	86	92	98
17	87	93	99	105
18	99	106	112
19	113	119
20	127

Valeurs critiques
(U_{critique}) à comparer
avec la valeur
observée sur les 2
groupes ($U_{\text{observé}}$)

Le test de Kruskal-Wallis

- également appelée **ANOVA à un facteur sur les rangs**.
- vérifier si les échantillons proviennent de la même distribution.
- utilisé pour comparer les distributions d'une variable quantitative qui ne suit pas la loi Normale de probabilité ou d'une variable qualitative ordinale sur des k échantillons ($k > 2$)

Le test de Kruskal-Wallis

Quand s'applique le test?

Question de recherche: Y a-t-il une différence significative en ce qui concerne les distributions des valeurs ou scores d'une variable continue qui n'est pas normalement distribuée ou d'une variable ordinale sur k échantillons?

Conditions d'application du test:

- groupes indépendantes
- Observations indépendantes dans chaque groupe
- la variable d'intérêt:
 - quantitative continue/discrète ne suit pas la loi Normale
 - ou qualitative ordonnée (ordinale)

Formulation des Hypotheses:

H_0 : Il n'y a pas de différence significative entre les distributions des scores/rangs dans les k populations

H_1 : Il y a une différence significative entre les distributions des scores/rangs dans les k populations

Choisir le niveau de signification $\alpha = 0,05$

Le test de Kruskal-Wallis

Definir la statistique du test $H = \frac{12}{n \times (n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3 \times (n+1)$ ou $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$; $R_1, \dots, R_k =$ les sommes des rangs dans chacun de les k groupes

La statistique du test H suit une distribution du Khi-deux à $(k-1)$ degrés de liberté si la taille du chaque groupe ≥ 5 .

Calcul de la valeur critique H_α à l' aide de la table du distribution du Khi-deux à $(k-1)$ degrés de liberté si la taille du chaque groupe ≥ 5 .

Calcul de la p-valeur = $Pr(H \geq H_0 | \text{sous } H_0)$

Decision du test basée sur la Valeur critique H_α

- Si $H_0 \geq H_\alpha \Rightarrow$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur du H_1
- Si $H_0 < H_\alpha \Rightarrow$ on NE rejette pas H_0

Decision du test basée sur la p-valeur:

- Si p-valeur $< \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on rejete $H_0 \rightarrow$ en faveur de H_1
- Si p-valeur $\geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter H_0

Le test de Kruskal-Wallis

- Si p-Valeur $< 0,05 \Rightarrow$ faire une analyse post-hoc pour comparer les paires des échantillons à l'aide de tests de Mann-Whitney, en ajustant les p-valeurs pour le nombre de tests réalisés en utilisant la correction de Bonferroni

Le test de FRIEDMAN (équivalent à l'analyse de variance ANOVA pour des mesures répétée)

Quand s'applique le test?

Y a-t-il une différence significative en ce qui concerne la distributions des valeurs/scores/rangs d'une variable continue qui n'est pas normalement distribué ou d'une variable ordinale avec plusieurs mesures sur les mêmes sujets?

Conditions d'applicabilité :

- Plusieurs mesures de la même variable sont effectuées à des moments/conditions différents.
- variable d'intérêt est ordinale ou une variable quantitative mais n'est pas normalement distribuée

Formulation des Hypotheses:

H_0 : Il n'y a pas de différence significative entre les distributions des valeurs/scores/rangs mesures mesurées dans des différentes conditions chez les mêmes sujets de la population d'intérêt.

H_1 : Il y a de différence significative entre les distributions des valeurs/scores/rangs mesures mesurées dans des différentes conditions chez les mêmes sujets de la population d'intérêt.

Choisir le niveau de signification $\alpha = 0,05$

Définir la statistique du test Q (test n'est généralement pas exécuté à la main, car les calculs prennent du temps)

Le test de FRIEDMAN

La statistique du test Q suit une distribution du Khi-deux à $(k-1)$ degrés de liberté si k = nombre de conditions \geq et la taille de l'échantillon $n \geq 13$.

Si la statistique du test \leq valeur critique or $P\text{-value} < 0.05$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur de H_1

Calcul de la valeur critique Q_α à l'aide de la table du distribution du Khi-deux à $(k-1)$ degrés de liberté

Calcul de la p -valeur = $Pr(H \geq H_0 | \text{sous } H_0)$

Decision du test basée sur la Valeur critique Q_α

- Si $Q_o \geq Q_\alpha \Rightarrow$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur de H_1
- Si $Q_o < Q_\alpha \Rightarrow$ on NE rejette pas H_0

Decision du test basée sur la p -valeur:

- Si $p\text{-valeur} < \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on rejette $H_0 \rightarrow$ en faveur de H_1
- Si $p\text{-valeur} \geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$ on ne peut pas rejeter H_0

Le test de FRIEDMAN

- Si p-valeur $< 0,05 \Rightarrow$ on rejette $H_0 \Rightarrow$ faire une analyse post-hoc pour comparer les paires des échantillons à l'aide de test des rangs signés de Wilcoxon en ajustant les p-valeurs pour le nombre de tests réalisés en utilisant la correction de Bonferroni

Revision des tests statistiques utilisés

Tests statistiques pour comparer deux échantillons indépendants

Type variable	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet
Quantitative ou qualitative ordinale	Données ne suivent pas une distribution normale	~médiane (si les distributions sont similaires) - la distribution des rangs /moyenne des rangs	Test Mann Whitney U Etapas: Tableaux avec toutes les valeurs des deux échantillons Ordonnées en ascendant Numéroter du plus petit a le plus grand Donner un rang. (Valeurs identiques, le rang = moyenne de la numérotation) Calculez la somme des rangs pour group A et B	SR_a somme rangs group a, SR_b somme rangs group b,	$\text{Min}(U_1, U_2) \leq \text{v.c.}$

Tests statistiques pour deux échantillons dépendants/ appariées

Quantitative ou qualitative ordinale	Données ne suivent pas une distribution normale	~médiane (si les distributions sont similaires) - la distribution des rangs	Test Wilcoxon pour échantillons appariées Etapas: Calculer la différence des paires Ignorer les zéros Ignorer les signes Numéroter du plus petit a le plus grand Donner le rang 1, 2, 3... (Valeurs identiques, le rang = moyenne de la numérotation) Calculez la somme des rangs positifs (W_+), et puis négatifs (W_-).	W_- somme rangs négatifs W_+ somme rangs positifs	$\text{Min}(W_-, W_+) \leq \text{v.c.}$
--------------------------------------	---	--	---	--	---

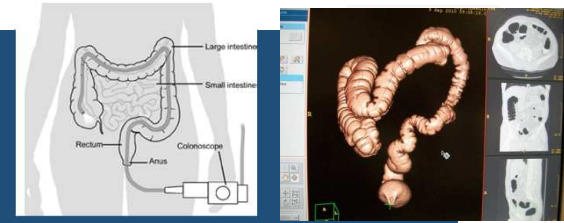
v.c. – valeur critique. n_1 – nombre sujets dans group A, n_2 - nombre sujets dans group B. Min = le minimum entre les deux valeurs.

Tests paramétriques versus les tests non paramétriques

Données	Nombre d'échantillons	Tests paramétriques (<u>données</u> <u>normalement distribuées</u>)	Tests non paramétriques (<u>données ne suivent pas une</u> <u>distribution normale</u>)
qualitatives		Khi- deux (Chi-carre)	Test exact de Fisher
Quantitatives (ou qualitatives ordinales)	2 indépendants	Student (t) pour échantillons indépendants	Mann-Whitney U (Mann-Whitney -Wilcoxon)
	2 appariées (dépendants)	Student (t) pour échantillons appariées	test des rangs signés de Wilcoxon (Wilcoxon pour échantillons appariées)
	> 2 indépendants	ANOVA (pour variances égales) ou ANOVA de Welch ou Brown Forsyth (pour variances inégales)	Kruskal Wallis
	> 2 dépendants	ANOVA à mesures répétées	Friedman

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

Mann-Whitney U, Kruskal-Wallis



[Radiology](#). 2012 Jun;263(3):723-31. doi: 10.1148/radiol.12111523. <http://pubs.rsna.org/doi/full/10.1148/radiol.12111523>

Patient acceptability and psychologic consequences of CT colonography compared with those of colonoscopy: results from a multicenter randomized controlled trial of symptomatic patients.

[von Wagner C](#)¹, [Ghanouni A](#), [Halligan S](#), [Smith S](#), [Dadswell E](#), [Lilford RJ](#), [Morton D](#), [Atkin W](#), [Wardle J](#); [SIGGAR Investigators](#).

PURPOSE: To use a randomized design to compare patients' short- and longer-term experiences after computed tomographic (CT) colonography or colonoscopy.

MATERIALS AND METHODS: After ethical approval, the trial was registered. Patients gave written informed consent. Five hundred forty-seven patients with symptoms suggestive of colorectal cancer who had been randomly assigned at a ratio of 2:1 to undergo either colonoscopy (n = 362) or CT colonography (n = 185) received a validated questionnaire to assess immediate test experience (including satisfaction, worry, discomfort, adverse effects) and a 3-month questionnaire to assess psychologic outcomes (including satisfaction with result dissemination and reassurance). **Data were analyzed by using Mann-Whitney U, Kruskal-Wallis, and χ^2 test statistics.**

RESULTS: Patients undergoing colonoscopy were less satisfied than those undergoing CT colonography (median score of 61 and interquartile range [IQR] of 55-67 vs median score of 64 and IQR of 58-70, respectively; P = .008) and significantly more worried (median score of 16 [IQR, 12-21] vs 15 [IQR, 9-19], P = .007); they also experienced more physical discomfort (median score of 39 [IQR, 29-51] vs 35 [IQR, 24-44]) and more adverse events (82 of 246 vs 28 of 122 reported feeling faint or dizzy, P = .039). However, at 3 months, they were more satisfied with how results were received (median score of 4 [IQR, 3-4] vs 3 [IQR, 3-3], P < .0005) and less likely to require follow-up colonic investigations (17 of 230 vs 37 of 107, P < .0005). No differences were observed between the tests regarding 3-month psychologic consequences of the diagnostic episode, except for a trend toward a difference (P = .050) in negative affect (unpleasant emotions such as distress), with patients undergoing CT colonography reporting less intense negative affect.

CONCLUSION: CT colonography has superior patient acceptability compared with colonoscopy in the short term, but colonoscopy offers some benefits to patients that become apparent after longer-term follow-up. The respective advantages of each test should be balanced when referring symptomatic patients.

2 échantillons – Mann-Whitney U

<http://www.amiconnecticut.com/CT-colonography.php>
<http://cdn.salix.com/colonoscopyprocedure/assets/images/colonoscopy-procedure.gif>

Biostatistique & Informatique Médicale

Colonoscopy (n = 251)						CT Colonography (n = 128)	
Scale and Item	Median Score	IQR		Median Score	IQR	P Value	
Satisfaction scale (1–7)							
Satisfied	7	5–7	7	6–7		.122	
Staff were interested in me	7	6–7	7	7–7		.038*	
Worry scale (1–7)							
Worried	4	2–6	3	1–5		.017*	
Physical discomfort scale (1–7)							
Painful	2	1–5	2	1–4		.010*	
I would have preferred to have been less awake	4	4–6	4	2–4		<.0005*	

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques de Mann-Whitney U

Interprétation du tableau dans l'étude

- On observe que: ils comparent différents échelons psychologiques (variables quantitatives, pour – satisfaction,..., douleur – les valeurs grands indiquent plus de satisfaction, ..., douleur - sur les lignes: « satisfaction scale », ..., « painful »); pour deux techniques colonoscopie, et coloscopie virtuelle (sur les colonnes: « Colonoscopy », « CT Colonography»), on a le nombre des sujets par groupe, puis la médiane et l'intervalle interquartiles (IQR), et le résultat du test Mann Whitney U – la valeur du P (P value)
- **Énoncez les hypothèses nulle et alternative**, pour le test qui vérifie s'il y a une différence statistiquement significative entre la colonoscopie et la coloscopie virtuelle en ce qui concerne le niveau de inquiétude (voir dans le tableau la ligne pour « painful »)
- **H0 (hypothèse nulle)**: il n'y a pas de différence statistiquement significative entre la colonoscopie et la coloscopie virtuelle en ce qui concerne le niveau de inquiétude
- **H1 (hypothèse alternative - test bilatéral)**: il y a une différence statistiquement significative entre la colonoscopie et la coloscopie virtuelle en ce qui concerne le niveau de inquiétude.
- **Écrivez le nom du test** utilisé pour la comparaison: Le test Mann Whitney U

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques de Mann-Whitney U

Interprétation du tableau dans l'étude

Ecrivez la valeur du P du test (voir la colonne P)

- $p=0.017$

Interpréter du point de vue statistique le résultat du test statistique , et argumentez votre réponse

On peut dire qu'il y a une différence statistiquement significative entre la colonoscopie et la coloscopie virtuelle en ce qui concerne le niveau du inquiétude.

- parce que $p=0.017$ est plus petit que le niveau de signification de 0.05 (on peut rejeter l'hypothèse nulle)

Interpréter du point de vue clinique les résultats:

- Ecrivez les médianes du douleur pour chaque groupe

la colonoscopie:4 et la coloscopie virtuelle 3

- Ecrivez quel groupe a plus d' inquiétude

la colonoscopie (voir $4 > 3$)

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques de Wilcoxon des rangs signées

[Nutr J](#). 2014 Oct 14;13:99. doi: 10.1186/1475-2891-13-99. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4209065/>

Effects of 7 days on an ad libitum low-fat vegan diet: the McDougall Program cohort.

[McDougall J](#)¹, [Thomas LE](#), [McDougall C](#), [Moloney G](#), [Saul B](#), [Finnell JS](#), [Richardson K](#), [Petersen KM](#).

BACKGROUND:

Epidemiologic evidence, reinforced by clinical and laboratory studies, shows that the rich Western diet is the major underlying cause of death and disability (e.g. from cardiovascular disease and type 2 diabetes) in Western industrialized societies. The objective of this study is to document the effects that eating a low-fat ($\leq 10\%$ of calories), high-carbohydrate ($\sim 80\%$ of calories), moderate-sodium, purely plant-based diet ad libitum for 7 days can have on the biomarkers of cardiovascular disease and type 2 diabetes.

METHODS:

Retrospective analysis of measurements of weight, blood pressure, blood sugar, and blood lipids and estimation of cardiovascular disease risk at baseline and day 7 from 1615 participants in a 10-day residential dietary intervention program from 2002 to 2011. **Wilcoxon's signed-rank test was used for testing the significance of changes from baseline.**

RESULTS:

The median (interquartile range, IQR) weight loss was 1.4 (1.8) kg ($p < .001$). **The median (IQR) decrease in total cholesterol was 22 (29) mg/dL ($p < .001$).** Even though most antihypertensive and antihyperglycemic medications were reduced or discontinued at baseline, **systolic blood pressure decreased by a median (IQR) of 8 (18) mm Hg ($p < .001$), diastolic blood pressure by a median (IQR) of 4 (10) mm Hg ($p < .001$),** and blood glucose by a median (IQR) of 3 (11) mg/dL ($p < .001$). For patients whose risk of a cardiovascular event within 10 years was $> 7.5\%$ at baseline, the risk dropped to 5.5% ($> 27\%$) at day 7 ($p < .001$).

CONCLUSIONS:

A low-fat, starch-based, vegan diet eaten ad libitum for 7 days results in significant favorable changes in commonly tested biomarkers that are used to predict future risks for cardiovascular disease and metabolic diseases.

https://pixabay.com/static/uploads/photo/2015/10/09/21/40/fruit-980014_960_720.jpg



Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

Kruskal-Wallis test pour ≥ 3 échantillons indépendants

[Asia Pac Fam Med](#). 2015 May 21;14(1):5. doi: 10.1186/s12930-015-0022-7. eCollection 2015.

<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4443656/>

Interventions for body weight reduction in obese patients during short consultations: an open-label randomized care setting.

[Kanke S](#)¹, [Kawai T](#)¹, [Takasawa N](#)¹, [Mashiyama Y](#)¹, [Ishii A](#)², [Kassai R](#)¹.

BACKGROUND:

Family physicians should maintain regular contact with obese patients to ensure they effectively reduce their body weight. Japan have on average only 6 (min) per consultation, and conventional interventions for body weight reduction remain low. A brief intervention within the limited consultation time available is therefore needed. Here we investigate a brief reduction intervention for obese patients and the related factors for reducing body weight during routine consultations.

METHOD:

We conducted an open-label randomized controlled trial at a family medicine clinic in Fukushima, Japan from January to June 2014. We randomly assigned 29 participants to the intervention group and 21 to the control group. Forty participants (80%) were followed up. At follow up, the median body weight change from baseline was not significantly different between the intervention group and the control group. The primary outcome was body weight change at 1-year follow up. Analyses were performed on an intention-to-treat basis.

RESULT:

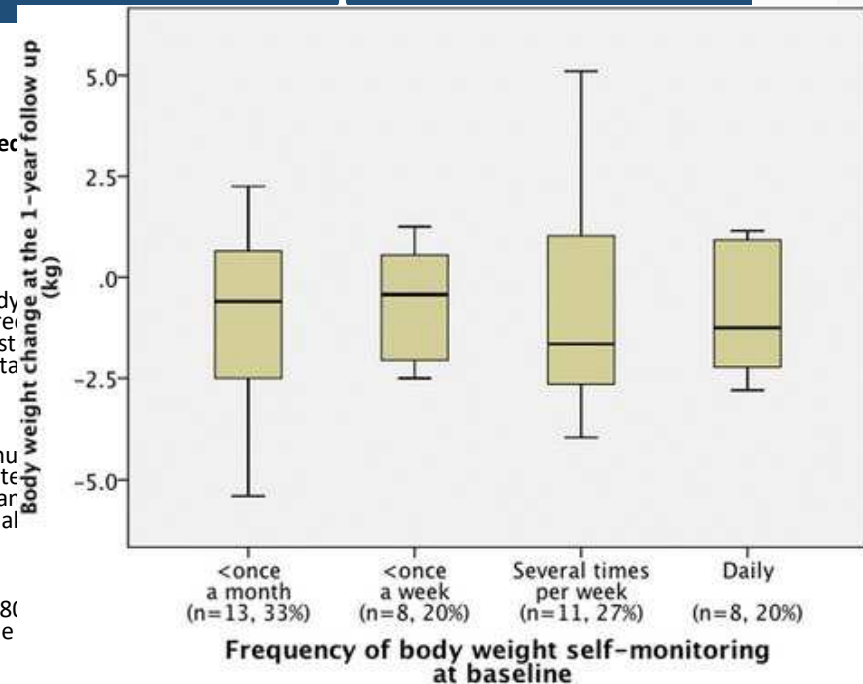
We randomly assigned 29 participants to the intervention group and 21 to the control group. Forty participants (80%) were followed up. At follow up, the median body weight change from baseline was not significantly different between the intervention group and the control group. The primary outcome was body weight change at 1-year follow up. Analyses were performed on an intention-to-treat basis.

CONCLUSION:

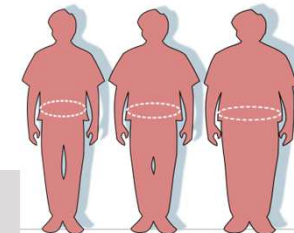
We devised an intervention method for physicians to measure body weight and advise on weight reduction during routine consultations. In our setting, this method did not extend the consultation time, but also **had no significant additional effects on body weight reduction in moderately obese patients.**

TRIAL REGISTRATION:

This trial is registered with the UMIN Clinical Trial Registry (UMIN000002967).



Data were analyzed using the Kruskal-Wallis test



Logiciels pour des tests non paramétriques

- R Commander (R)
 - Statistics/Nonparametric tests/
 - Two sample Wilcoxon test (Mann Whitney U)
 - Exact, and normal approx with continuity correction
 - Paired sample Wilcoxon test
 - Kruskal Wallis test
 - Friedman test
- EpiInfo
 - Means
 - Kruskal Wallis test
- **Excel – sans tests non paramétriques**

Exemples des questions

E1. * Une étude a été réalisée pour comparer 56 médecins qui ont suivi un cours des aptitudes de lire critique des articles médicaux scientifiques et 40 médecins sans avoir le cours, pour voir s'il y a des différences dans la qualité des aptitudes de lire critique des articles scientifiques des médecins. La qualité des aptitudes de lire critique des articles a été mesurée de 0 – mauvaise à 100 – très bonne, à l'aide d'un questionnaire pour les deux groupes. Les données ne suivent pas une distribution normale.

- A. un bon test à utiliser est un test non paramétrique équivalent du test t pour des échantillons indépendants
- B. un bon test à utiliser est : Kruskal Wallis
- C. un bon test à utiliser est : le test Wilcoxon pour échantillons appariés
- D. un bon test à utiliser est : le test t pour des échantillons dépendants
- E. un bon test à utiliser est : le test Z pour des échantillons indépendants

R1: A

Exemples des questions

E2. Une étude a été réalisée sur 25 médecins pour voir si un cours de communication a amélioré la qualité de communication des médecins avec les patients. La qualité de communication a été mesurée de 0 – mauvaise à 100 – très bonne, à l'aide d'un questionnaire. La qualité de communication a été mesurée avant le cours de communication et après le cours. Les données ne suivent pas une distribution normale.

- A. un bon test à utiliser est un test non paramétrique équivalent du test t pour des échantillons dépendants
 - B. un bon test à utiliser est : le test Mann Whitney U
 - C. un bon test à utiliser est : le test Wilcoxon pour échantillons appariés
 - D. un bon test à utiliser est : le test t pour des échantillons dépendants
 - E. un bon test à utiliser est : le test t pour des échantillons indépendants
- à utiliser est : le test t pour des échantillons indépendants

R2: A, C

Exemples des questions

E3. Une étude a été réalisée pour voir si un médicament A est meilleur que le médicament B pour réduire la moyenne du cortisol dans la session. Les données ne suivent pas une distribution normale. Les données sont :

Médicament	B	A	A	A	B	B
Cortisol	20	18	19	20	43	43

- A. La liste des rangs associées à ces valeurs est : 3,5; 1; 2; 3,5; 5,5; 5,5
- B. La liste des rangs associées à ces valeurs est : 3; 6; 5; 3,5; 1,5; 1,5
- C. La liste des rangs associées à ces valeurs est : 4; 1; 2; 3; 5,5; 5,5
- D. La somme des rangs de groupe B est : 14,5
- E. La moyenne des rangs de groupe A est : 2

R3: A, D

« *The only relevant test of the validity of a hypothesis is comparison of prediction with experience.* » (Milton Friedman)

MERCI DE VOTRE ATTENTION!



www.azquotes.com