Tests Statistiques (2)

PLAN DU COURS

01 Test t de Student pour échantillons indépendants

02 Test t de Student échantillons dépendants

03 Test F de Fisher

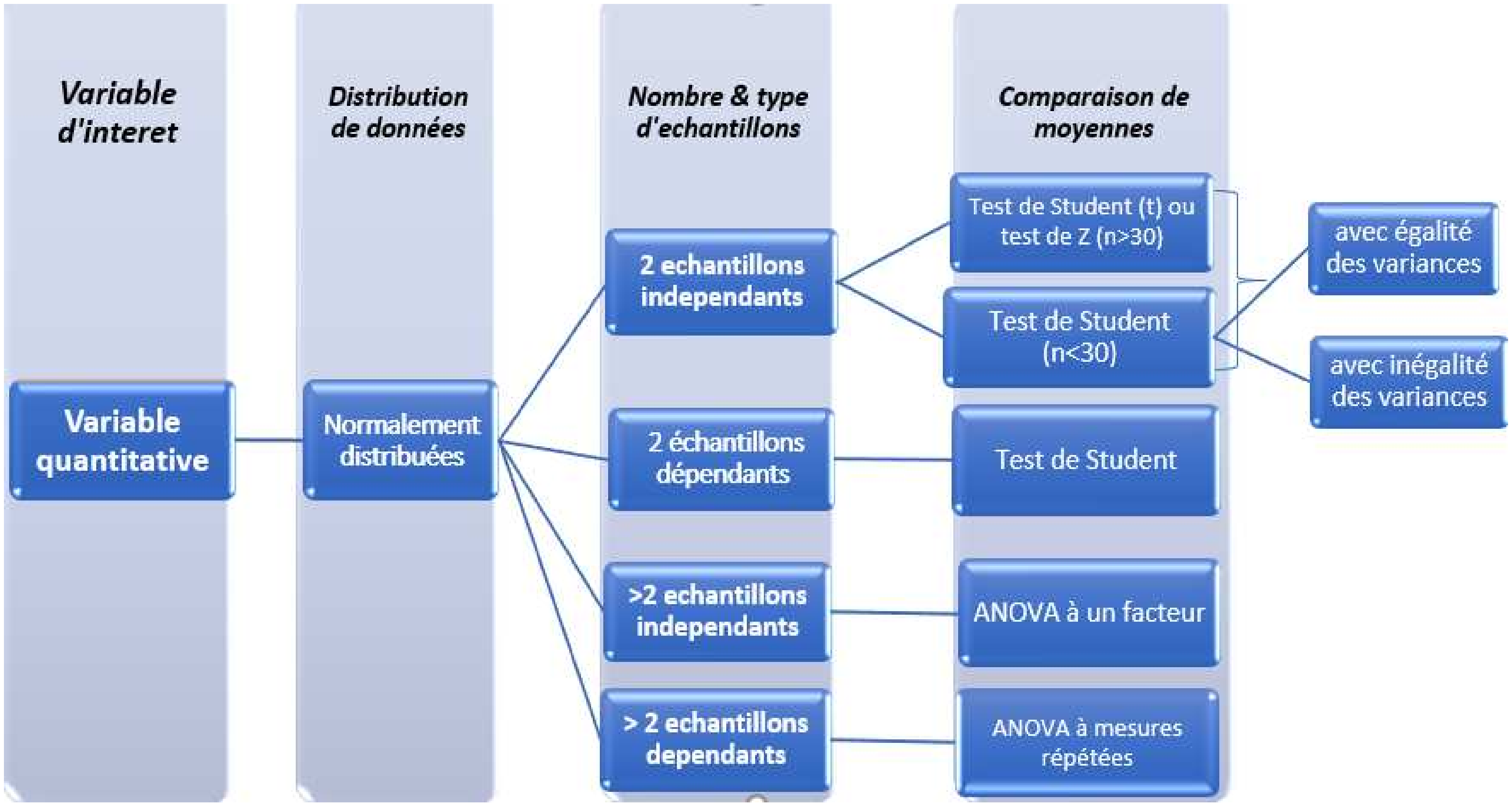
04 Test ANOVA à un facteur (engl. one-way ANOVA)

05 Exemples depuis des articles médicales

Tests statistiques PARAMETRIQUES

- Comparaison des **deux moyennes**:
  - échantillons indépendants, avec variances égales
    - par *le test t de Student pour échantillons indépendants*
  - échantillons dépendants (appariées)
    - par *le test t de Student échantillons dépendants*
- Comparaison des **deux variances**
  - par *le test F de Fisher*
- Comparaison de **>2 moyennes**:
  - échantillons indépendants
    - par *le test ANOVA à un facteur (engl. one-way ANOVA)*
  - échantillons dépendants
    - par *le test ANOVA avec mesures répétées*
- Exemples depuis des articles médicales – avec explications
- Exemples sur votre données (questionnaire) – avec explications

Tests statistiques PARAMETRIQUES



Test T DE STUDENT: Comparaison de deux moyennes

1. <u>**Échantillons indépendants**</u>**:** les observations indépendantes d'un groupe à l'autre

   a. Comparaison de deux moyennes

   le test de Student (t) avec inégalité des variances dans les populations

   le test de Student (t) avec égalité des variances dans les populations

2. <u>**Échantillons dépendants (appariés)**</u>**:** mesures répétées de la même variable

   a. Comparaison de deux moyennes

   Le Test t de Student pour échantillons dépendants

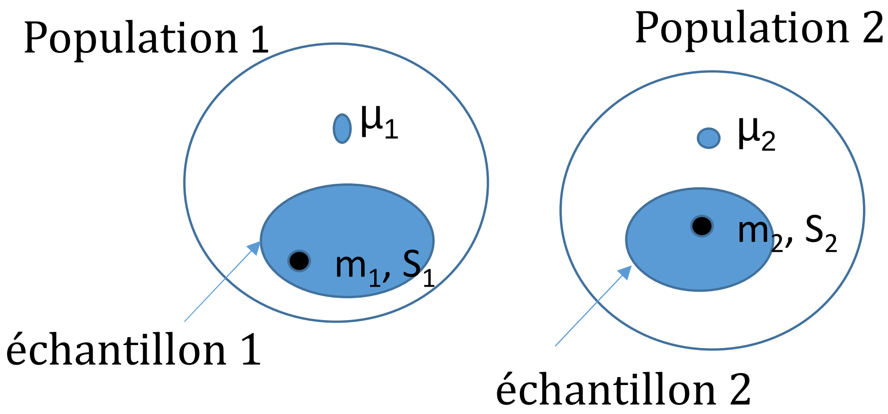
Test T DE STUDENT: Comparaison de deux moyennes

- On dispose d'une variable qualitative dichotomique qui permet a définir deux groupes (ex. hommes vs. femmes).
- On mesure une variable quantitative (X=cholestérol)

m_1 = moyenne de la variable X sur l' échantillon 1

m_2 = moyenne de la variable X sur l' échantillon 2

S_1, S_2 = déviations standard d'echantillonage



μ_1 = moyenne de la variable X sur la population 1

μ_2 = moyenne de la variable X sur la population 2

TEST T DE STUDENT: pour échantillons indépendants Comparaison de deux moyennes

- Objectif
  - comparaison des moyennes des variables quantitatives continues (2 échant.)
- Conditions d'application:
  - observations indépendants dans chaque échantillon
  - deux échantillons indépendants
  - Une variable quantitative mesurée sur les 2 groupes (échantillons)
  - les données sont normalement distribuées dans les deux populations
  - les variances des populations sont inconnues
  - le nombre des observations < 30 ou >=30

L' hypothèse **nulle** (H_0)

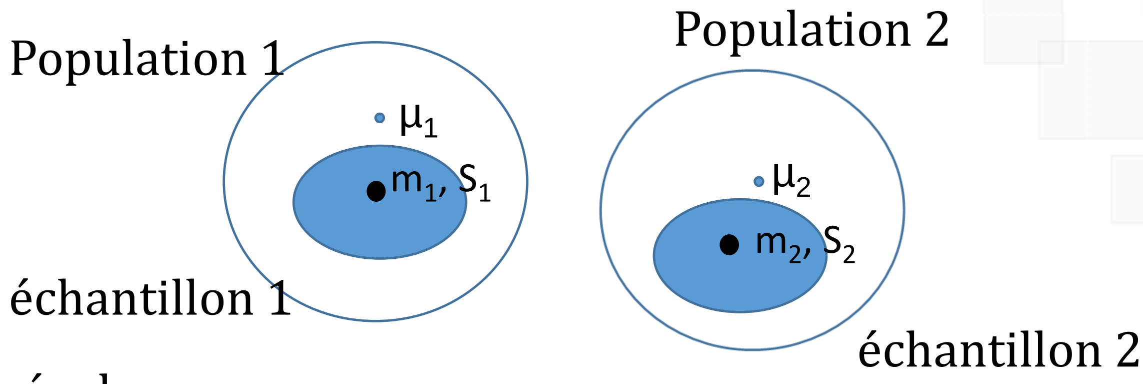
- **Il n'y a pas** de différence significative entre les moyennes des deux populations (depuis lesquelles les deux échantillons ont été extraites) (la différence entre deux moyennes est égale à zéro)

L' hypothèse **alternative** (H_1) du test de Student bilatéral

- **Il y a une** différence significative entre les moyennes des deux populations (la différence entre deux moyennes n'est pas égale à zéro)

TEST T DE STUDENT: pour échantillons <u>indépendants</u>
Comparaison de deux moyennes

- **Etape 1 (**le test non directionnel)



H_0 : $\mu_1 = \mu_2 \leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2 \leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

- **Etape 2.**
- Deux possibilités: variances <u>égales</u> ou <u>inégales</u>.
  Pour décider on doit appliquer un autre test (test F de Fisher), pour comparer les variances (voir ce cours)

a) Cas des variances <u>inconnues</u> et <u>inégales</u>

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

n_1, n_2 = les tailles des échantillons
m_1, m_2= moyennes des échantillons;
S_1^2, S_2^2 = les variances d' échantillonnage

Test T DE STUDENT: pour échantillons <u>indépendants</u> Comparaison de deux moyennes

- **Etape 2.**

  b) Cas des variances inconnues et égales:

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$$

ou la variance d' échantillonnage commune est donnée par:

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- **Etape 3.**

  α= **0,05** (ou α = 0,01, α = 0,001);

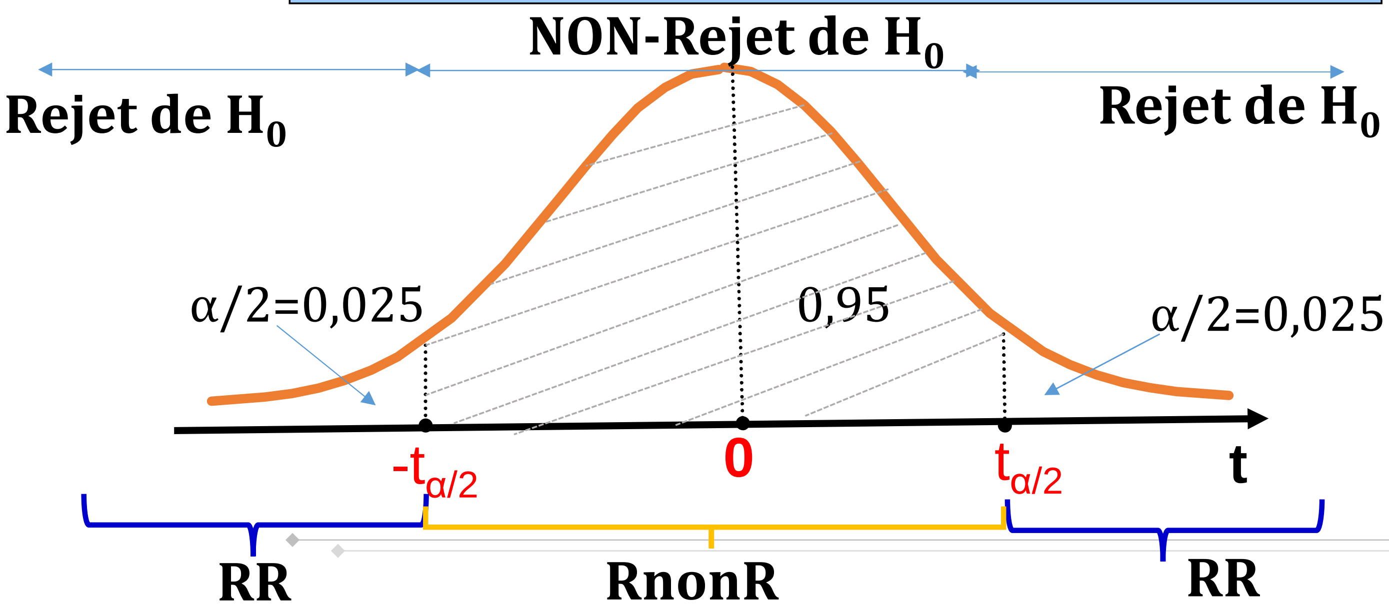
TEST T DE STUDENT: pour échantillons indépendants Comparaison de deux moyennes

- **Etape 3.**

  α= **0,05** (ou α = 0,01, α = 0,001);

- **Etape 4. Région de rejet (RR)=region de rejet de H_0**

$$RR = \left(-\infty;\ -t_{n_1+n_2-2,\ \alpha/2}\right] \cup \left[t_{n_1+n_2-2,\alpha/2};\ +\infty\right)$$



$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$$

TEST T DE STUDENT: pour échantillons indépendants
Comparaison de deux moyennes

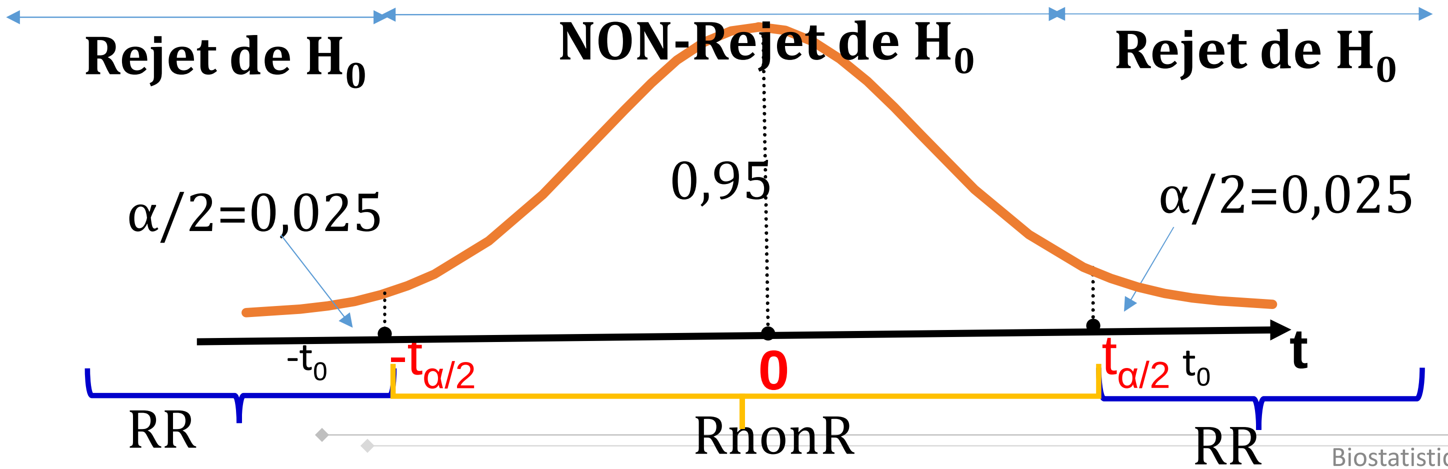
- **Etape 5:** On calcule la valeur de la statistique du test (notée par t_0)
- **Etape 6. Décision du test a l'aide de RR**

Si $t_0 \in$ RR → **on rejette H_0 → en faveur de H_1** (en gros on accepte H_1)

Si $t_0 \notin$ RR (donc $t_0 \in$RnonR) → **on NE peut pas rejeter H_0 donc notre étude n'a pas fourni de preuves suffisantes pour conclure à l'existence d'une différence significative* entre les moyennes**

↔ on ne peut pas dire qu'il existe une différence significative entre les moyennes …

↔ dans cette étude on <u>n'a pas trouvé</u>** une différence significative entre les moyennes…))



* L'absence de preuve n'est pas la preuve de l'absence»=!!!! **on n'accepte jamais H_0**

** **on n'a trouvé ≠** il n'y a pas ou n'y existe pas

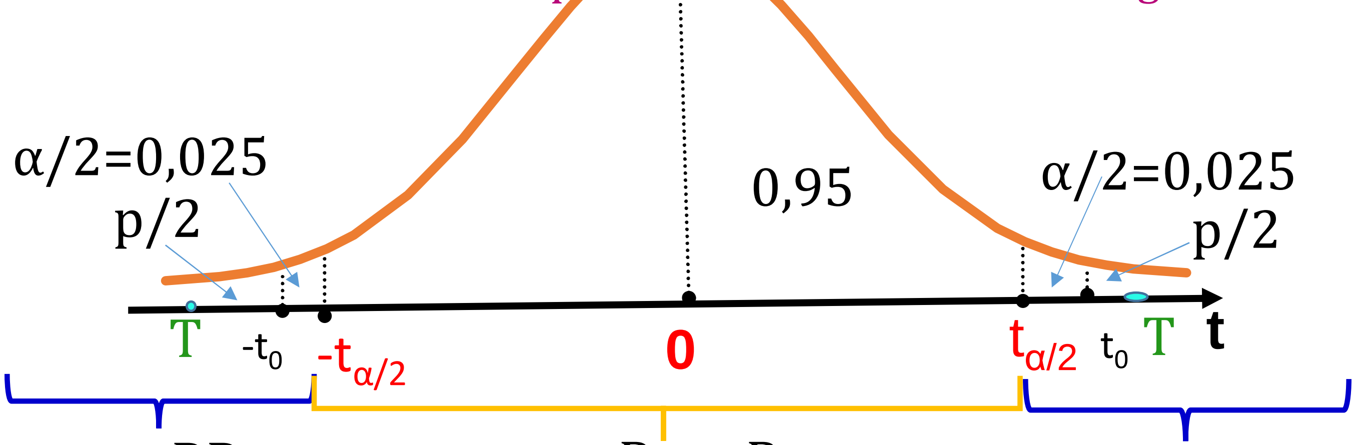
TEST T DE STUDENT: pour échantillons indépendants
Comparaison de deux moyennes

- **Etape 6'.** Prendre la décision avec la p-value (p-valeur).

p-value = **niveau de signification estimé = probabilité sous H0 pour que la statistique du test prenne une valeur plus extrême que celle qu'on observe.**

Si p-value <α (= 0,05) → on rejette H_0 → en faveur de H_1 (en gros on accepte H_1)

Si p-value ≥ α (= 0,05)→ on NE peut pas rejetter H_0 → notre étude n'a pas fourni de preuves suffisantes pour conclure à l'existence d'une différence significative* entre les moyennes ... ↔ dans cette étude on n'a pas trouvé** une différence significative entre les moyennes…))



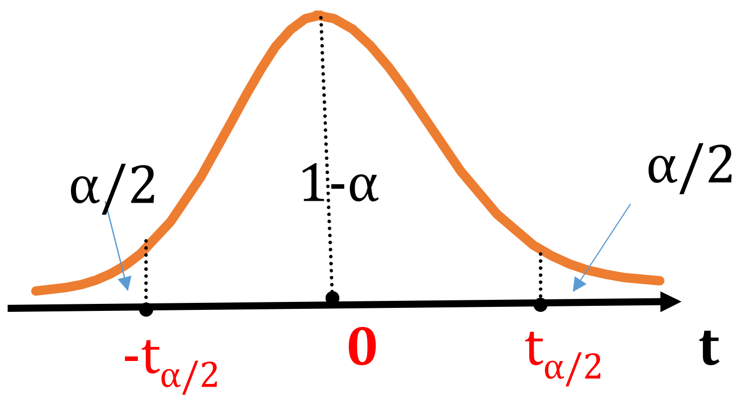
$p=2 * Pr(|T| > t_o \mid \text{sous H0}) = Pr(T > t_o \mid \text{sous H0}) + Pr(T <- t_o \mid \text{sous H0})$

Table de la loi de Student

t	α=0,05
df=11	2,20

df	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005	1-Tail Alpha
	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	2-Tail Alpha
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192	
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991	
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240	
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103	
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688	
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	5.0413	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.4370	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405	
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.0150	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.8834	

http://statcalculators.com/students-t-distribution-table/



Test bilatéral (2-tail):

α=0,05 et df=11->

Valeur critique $t_{\alpha/2,\ df} = |\ t_{0.025,\ df}| = 2{,}20$

Exemple: TEST T DE STUDENT échantillons indépendants avec des variances égales

- On se pose la question à savoir si la créatinine moyenne des femmes diabétiques est significativement différente de celui des femmes non- diabetiques?
- A partir des 2 échantillons de taille: $n_1=8$; $n_2=9$
- femmes diabétiques:

  moyenne du taux de créatinine $m_1= 15$ mg/L;

  déviation standard d’ échantillonnage $S_1=4$ mg/L
- femmes non diabétiques:

  moyenne du taux de créatinine $m_2= 7$ mg/L;

  déviation standard d’ échantillonnage $S_2=3$ mg/L
- Les données (valeurs de la créatinine) suivent une distribution normale et un test F a suggère que les variances sont égales
- **Au risque de 5%, on peut affirmer que la moyenne de la créatinine des femmes diabétiques est significativement différente de celui des femmes non- diabetiques??**

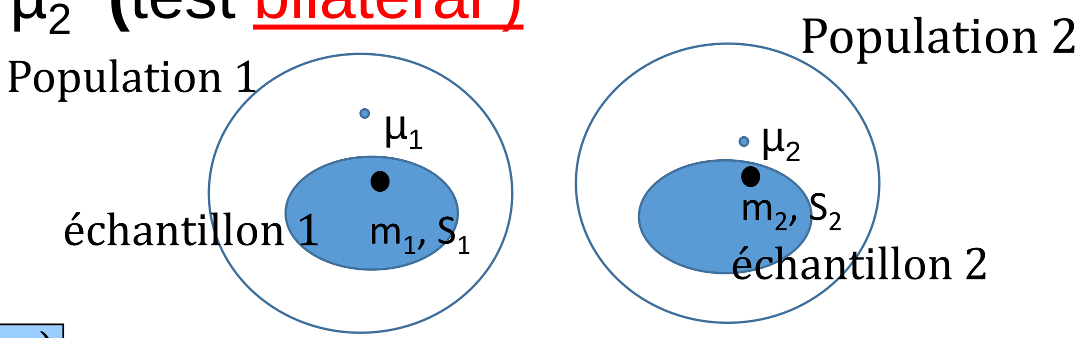
Exemple: TEST T DE STUDENT
échantillons indépendants avec des variances égales

- **Le choix de test:** obs. indep.; taux de créatinine(mg/dL)= variable quantitative continue; distribution normale; **variances des populations inconnues et égales** => le test t pour des échantillons indépendants avec des variances égales

- **Etape 1**
- **Etape 2.**
- **Etape 3.**
- **Etape 4.**
- **Etape 5.**

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (test bilatéral)

$\alpha = 5\% \ (=0{,}05)$



$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$$

$$RR = (-\infty; -2{,}131] \cup [2{,}131; \infty)$$

$$t_{observé} = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}} = \frac{15 - 7}{\sqrt{\frac{12.27}{8} + \frac{12.27}{9}}}$$

$$t_{observé} = 8.23$$

n_1, n_2 = les tailles des échantillons;

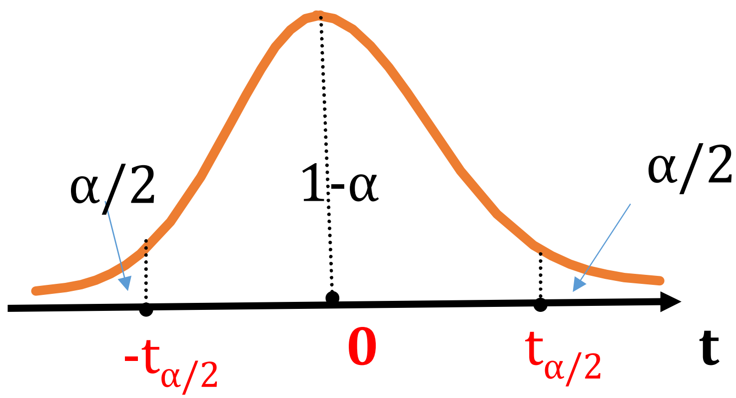
$$S^2 = \frac{(8-1)\times 16 + (9-1)\times 9}{15} = 12.27$$

Table de la loi de STUDENT

t	α=0,05
df=15	2,20

	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005	1-Tail Alpha
df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	2-Tail Alpha
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192	
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991	
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240	
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103	
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688	
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	5.0413	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.4370	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405	
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.0150	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.8834	

http://statcalculators.com/students-t-distribution-table/

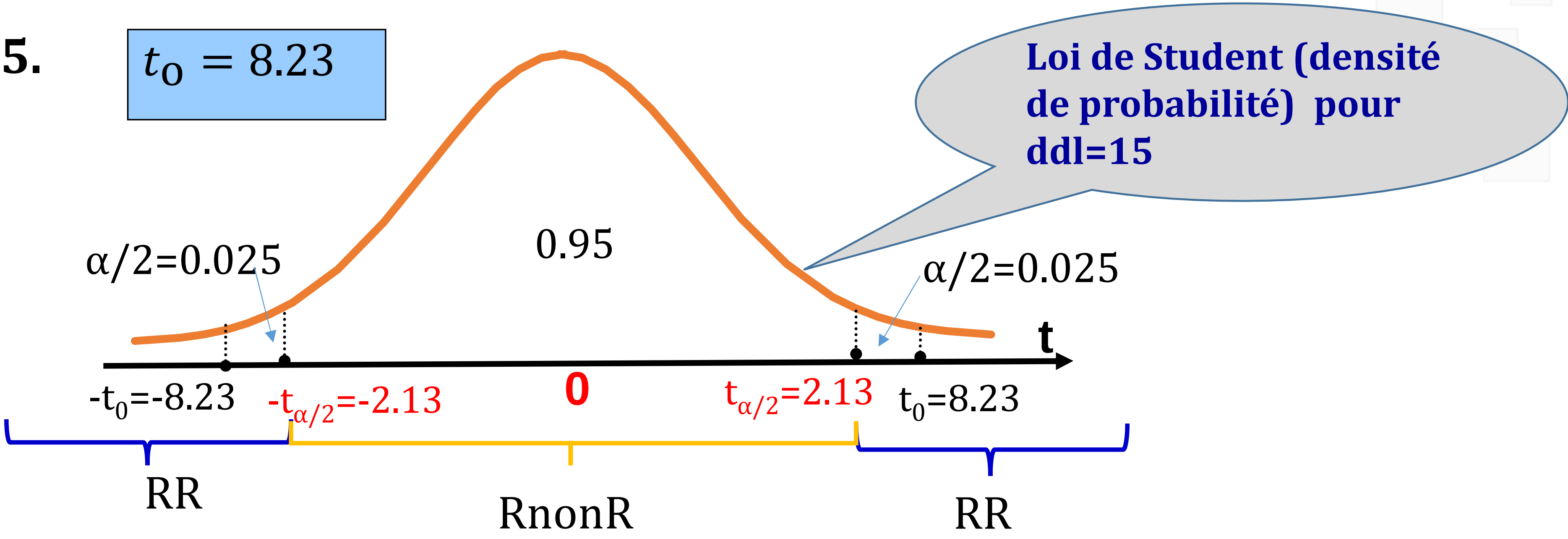


Test bilatéral (2-tail):
α=0,05 et df=15->
Valeur critique $t_{\alpha/2,\ df}$ = l $t_{0.025,\ df}$l =2,13

Exemple: TEST T DE STUDENT
échantillons indépendants avec des variances égales

- **Etape 5.**

$t_0 = 8.23$



- **Etape 6**

(décision statistique)

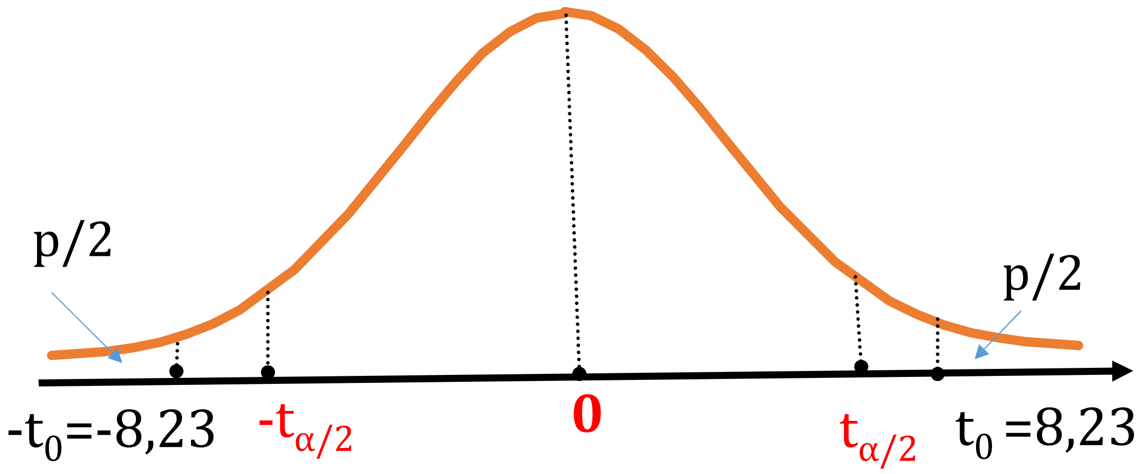
$t_0 = 8.23 \in$ RR, on rejette H_0 → en faveur du H_1

Au risque d'erreur 5%, il y a une différence significative entre les moyennes du taux de créatinine pour les deux populations.

Exemple: TEST T DE STUDENT échantillons indépendants avec des variances égales

Etape 6': Décision du test a l'aide de la p-valeur

$p=0{,}0000006<0{,}05$ on rejette H_0 $\rightarrow$ en faveur de H_1 donc au risque d'erreur 5%, il y a une différence significative entre les moyennes du taux de créatinine pour les deux populations.



Le TEST F DE FISHER pour des échantillons indépendants

- Objectif: comparaison des **variances** des variables quantitative continue dans DEUX ÉCHANTILLONS INDÉPENDANTS.
- Conditions d' application:

- les observations sont indépendants
- 2 échantillons indépendants
- variable quantitative
- les données sont normalement distribuées
  - (dans les deux populations).

L' hypothèse **nulle**: H_0

- **Il n'y a pas** de différence entre les deux variances des deux populations

L' hypothèse **alternative**: H_1 pour le test non directionnel

- **Il y a une** différence entre les deux variances des deux populations

- Il y a aussi autres tests pour comparer les variances, plus robustes que le test F: le test de Bartlett, ou le test de Levene

Les étapes du test F DE FISHER pour des échantillons indépendants

- **Etape 1.** pour le test bilatéral

$$\begin{cases} H_0 : & \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : & \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

- **Etape 2.**

Statistique du test:

$$F = \begin{cases} \dfrac{s_2^2}{s_1^2}, \text{pour } s_2^2 > s_1^2 \\[2ex] \dfrac{s_1^2}{s_2^2}, \text{pour } s_1^2 > s_2^2 \end{cases}$$

- o s_1^2, s_2^2 = les variances d' échantillonage
- o suit la loi de Fisher avec (n_2-1, n_1-1) ou
- o (n_1-1, n_2-1) degrés de liberté

- **Etape 3.**

  α= **0,05**

  (ou α = 0,01, α = 0,001);

- **Etape 4.** $\nu_1 = n_1 - 1$, $\nu_2 = n_2 - 1$ d.d.l

$$RR = \left[F_{\nu_1, \nu_2, \alpha} ; \infty\right)$$

- o ou est trouve dans la table du distribution Fisher $(n_2 - 1, n_1 - 1)$, ou
- o $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ degrés de liberté (d.d.l)

(voir cours <u>Variables aléatoires</u>)

- **Etape 5.**

  Calculer la valeur de la statistique du test (F_o)

- **Etape 6.** Si $F_o \in$ RR on rejette $H_0 \rightarrow H_1$ (dans le cas contraire, on NE rejette pas H_0)

Les étapes du test F DE FISHER pour des échantillons indépendants

- **Etape 6'.** Prend la décision avec p-value (p-valeur).
  p-value =**niveau de signification observé**
  - **Si p-value ≤ α (= 0,05), on rejette H_0 → en faveur de H_1**
  - **Si p-value > α (= 0,05)→ on NE peut pas rejeter H_0**

Exemple pour le test F DE FISHER

- La moyenne du cholestérol sur un échantillon de 121 enfants âgés entre 2 et 14 ans issus de familles ou le père **a une maladie cardiaque** est de 207,3 mg/dl +/- 35,6 (déviation standard - DS d' échantillonnage, données normale distribuées).
- La moyenne du cholestérol sur un échantillon de 61 enfants âgés entre 2 et 14 ans issus de familles ou **le père n'a pas de problèmes cardiaques** est de 193,4 mg/dl +/- 17.3 (DS d' échantillonnage, données normale distribuées).
- **Question: Au risque de 5%, on peut affirmer qu'il y a une différence significative entre les variances du taux de cholestérol des deux populations?**
- **Vérification des conditions d' application du test F:**
  - les observations sont indépendants
  - 2 échantillons indépendants
  - variable quantitative
  - les données sont normalement distribuées

Exemple pour le test F DE FISHER

$n_1 = 121$; $n_2 = 61$; $m_1 = 207{,}3$; $m_2 = 193{,}4$
$S_1 = 35{,}6$; $S_2 = 17{,}3$

- **Etape 1.**

$$\begin{matrix} \boldsymbol{H_0}: \\ \boldsymbol{H_1}: \end{matrix} \begin{cases} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

Etape 2.
Statistique du test:

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{S}_2^2}{\mathbf{S}_1^2}, \textbf{pour } \mathbf{S}_2^2 > \mathbf{S}_1^2 \\ \dfrac{\mathbf{S}_1^2}{\mathbf{S}_2^2}, \textbf{pour } \mathbf{S}_1^2 > \mathbf{S}_2^2 \end{cases}$$

s_1^2, s_2^2 = les variances d‘ échantillonnage

- o suit la loi de Fisher avec

$(n_2 - 1, n_1 - 1)$, ou $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ d.d.l

- **Etape 3.**
  $\alpha =$ **0,05**
  (ou $\alpha = 0{,}01$, $\alpha = 0{,}001$);
- **Etape 4.** $\nu_1 = n_1 - 1$, $\nu_2 = n_2 - 1$ d.d.l

$$RR = \left[F_{\nu_1,\nu_2,\alpha}; \infty\right) = [1.47; \infty)$$

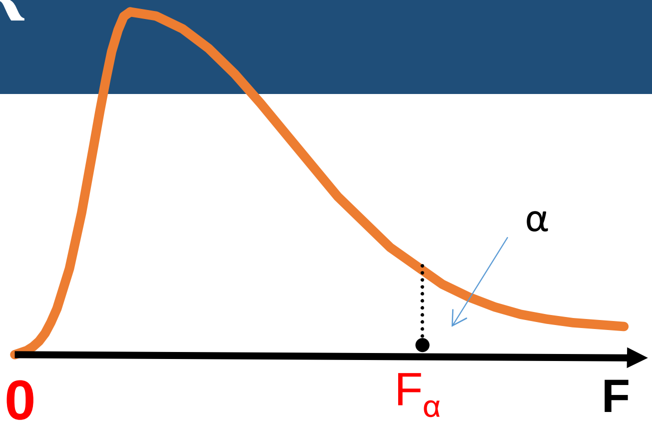
- o Ou est trouve dans la tableau du distribution Fisher $(n_2 - 1, n_1 - 1)$, ou
- o $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ degrés de liberté

- **Etape 5.** $F_o = 35{,}6 / 17{,}3 = 4{,}23$
- **Etape 6.**

$F_o \in RR$ on rejette H_0, donc nous sommes en faveur de H_1 (les variances dans les deux populations sont significativement différentes).

La Loi de FISHER

F	$\alpha=0,05$
$df_{numerateur}=\nu_1=120$; $df_{denominateur}=\nu_2=60$;	1,47



F Distribution critical values for P=0.05

Denominator DF	Numerator DF: 1	2	3	4	5	7	10	15	20	30	60	120	500	1000
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	236.77	241.88	245.95	248.01	250.10	252.20	253.25	254.06	254.19
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.353	19.396	19.429	19.446	19.462	19.479	19.487	19.494	19.495
3	10.128	9.5522	9.2766	9.1172	9.0135	8.8867	8.7855	8.7028	8.6602	8.6165	8.5720	8.5493	8.5320	8.5292
4	7.7086	6.9443	6.5915	6.3882	6.2560	6.0942	5.9644	5.8579	5.8026	5.7459	5.6877	5.6580	5.6352	5.6317
5	6.6078	5.7862	5.4095	5.1922	5.0504	4.8759	4.7351	4.6187	4.5582	4.4958	4.4314	4.3985	4.3731	4.3691
7	5.5914	4.7375	4.3469	4.1202	3.9715	3.7871	3.6366	3.5108	3.4445	3.3758	3.3043	3.2675	3.2388	3.2344
10	4.9645	4.1028	3.7082	3.4780	3.3259	3.1354	2.9782	2.8450	2.7741	2.6996	2.6210	2.5801	2.5482	2.5430
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7066	2.5437	2.4035	2.3275	2.2467	2.1601	2.1141	2.0776	2.0718
20	4.3512	3.4928	3.0983	2.8660	2.7109	2.5140	2.3479	2.2032	2.1241	2.0391	1.9463	1.8962	1.8563	1.8498
30	4.1709	3.3159	2.9223	2.6896	2.5336	2.3343	2.1646	2.0149	1.9317	1.8408	1.7396	1.6835	1.6376	1.6300
60	4.0012	3.1505	2.7581	2.5252	2.3683	2.1666	1.9927	1.8365	1.7480	1.6492	1.5343	1.4672	1.4093	1.3994
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4473	2.2898	2.0868	1.9104	1.7505	1.6587	1.5544	1.4289	1.3519	1.2804	1.2674
500	3.8601	3.0137	2.6227	2.3898	2.2320	2.0278	1.8496	1.6864	1.5917	1.4820	1.3455	1.2552	1.1586	1.1378
1000	3.8508	3.0047	2.6137	2.3808	2.2230	2.0187	1.8402	1.6765	1.5811	1.4705	1.3318	1.2385	1.1342	1.1096

https://www.medcalc.org/manual/f-table.php

Le TEST T DE STUDENT pour des échantillons pairées

Objectif: comparaison des moyennes d'une des variable quantitative continue des échantillons dépendants (appariées)

- Conditions d'application:
  - observations indépendants dans chaque échantillon
  - échantillons dépendants (appariées)
  - variable quantitative
  - les données sont normalement distribuées
  - les variances des observations sont inconnues
  - Le nombre des observations < 30 ou >=30

L' hypothèse **nulle**: H_0

- **Il n'y a pas** de différence statistiquement significative entre les deux populations du point de vue de la moyenne (la moyenne de la différence entre les deux populations est égale à zéro)

L' hypothèse **alternative**: H_1 pour le test non directionnel

- **Il y a une** différence statistiquement significative entre les deux populations du point de vue de la moyenne (la moyenne de la différence entre les deux populations n'est pas égale à zéro)

Le TEST T DE STUDENT pour des échantillons pairées

- **Etape 1.** pour le test non directionnel

  $\mathbf{H_0}$ **:** $\bar{d} = 0$ **la différence = 0**

  $\mathbf{H_1}$ **:** $\bar{d} \neq 0$

- **Etape 2.** **Statistique du test**

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

- n_1, n_2 = taille de l'échantillons
- $\bar{d}$ = moyenne des différences;
- S^2 = la variance d' échantillonnage des différences

- **Etape 3.**

  α= **0,05** (ou α = 0,01, α = 0,001);

- **Etape 4. d.d.l = n - 1**

$$\mathbf{RR} = \left(-\infty ; -t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} \right] \cup \left[t_{n-1,\frac{\alpha}{2}} ; \infty \right)$$

- **Etape 5.**

la valeur calculée de la statistique du test

- **Etape 6.**

Si $t_o \in$ RR donc on rejette $H_0 \rightarrow H_1$

(dans le cas contraire, on ne peut pas rejeter H_0)

Exemple: TEST T DE STUDENT pour des données pairées

- Objectif: un certain médicament X modifie le rythme cardiaque (battements par minute bpm) chez les personnes diabétiques
- Sur un échantillon de 10 personnes diabétiques on mesure le rythme cardiaque (**fréquence cardiaque**) deux fois par individu (sans avoir donne le médicament et après avoir donne)
- On suppose que le rythme cardiaque suit une loi normale dans la population dont sont issus ces 10 patients; On a obtenu les résultats suivants:

Patients	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Avant	**73**	**67**	**83**	**52**	**74**	**86**	**68**	**70**	**65**	**66**
Apres	**65**	**61**	**46**	**33**	**59**	**62**	**71**	**61**	**65**	**70**

Question de recherche:

formulation simplifiée: Y a-t-il une différence significative entre les **fréquences cardiaques moyennes** avant et après avoir donné le médicament X?

Formulation plus précise: Est que la <u>moyenne des différences</u> entre les valeurs de rythme cardiaque avant et après avoir donné le médicament est significative différente de 0?

Exemple: TEST T DE STUDENT pour des données pairées

- **Le choix du test:** 10 obs. indep.; le rythme cardiaque=variable quantitative continue; distribution normale; on compare des données avant et après avoir donné le médicament => le test t pour échantillons dépendants ou pairées

- Etape 1. test bilatéral

  H_0 : $\bar{d} = 0$

  H_1 : $\bar{d} \neq 0$

- Etape 2. Statistique du test :

$$\boxed{t = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}}$$

o n = taille de l'échantillon; $\bar{d}$ = moyenne des différences;

o S^2= la variance d' échantillonnage des différences

Patients	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Avant	73	67	83	52	74	86	68	70	65	66
Apres	65	61	46	33	59	62	71	61	65	70
Differences	**8**	**6**	**37**	**19**	**15**	**24**	**-3**	**9**	**0**	**-4**

Exemple: TEST T DE STUDENT pour des données pairées

Differences (d_i)	$d_i - \bar{d}$	$(d_i - \bar{d})^2$
8	-3.1	9.61
6	-5.1	26.01
37	25.9	670.81
19	7.9	62.41
15	3.9	15.21
24	12.9	166.41
-3	-14.1	198.81
9	-2.1	4.41
0	-11.1	123.21
-4	-15.1	228.01
11.1		167.2111
		12.93101

đ

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

Exemple: TEST T DE STUDENT pour des données pairées

- **Etape 3: α= 0,05**
- **Etape 4:**

$$RR = \left(-\infty, -t_{9;\,0,025}\right] \cup \left[t_{9;\,0,025}, +\infty\right)$$

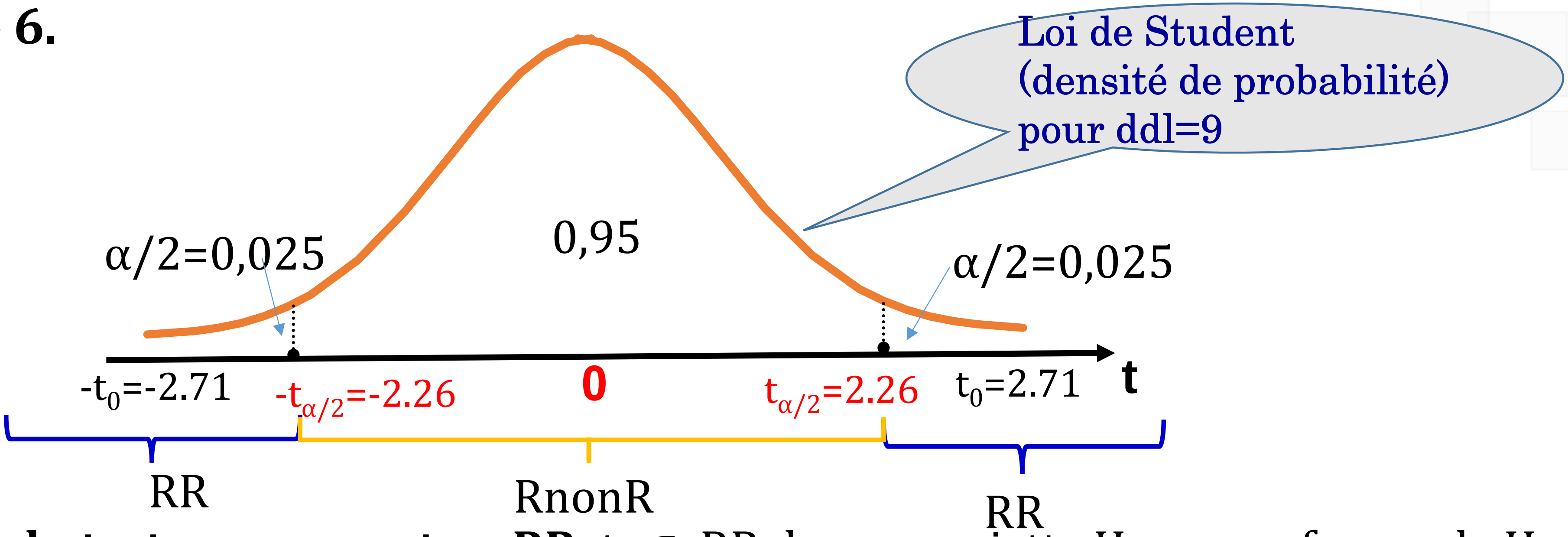
$$RR = \left(-\infty, -2,262\right] \cup \left[2,262, +\infty\right)$$

- **Etape 5.**

$$t_0 = \frac{11,1}{\frac{12,93}{\sqrt{10}}} = 2,71$$

Exemple: TEST T DE STUDENT pour des données pairées

- **Etape 6.**



Décision du test par rapport au RR: $t_o \in$ RR donc on rejette H_0 → en faveur de H_1 → la moyenne des différences de rythme cardiaque avant et après avoir donné le médicament X chez les patients diabétiques est **significativement différente** de **0** ↔ il y a une différence significative entre les moyennes du rythme cardiaque avant et après avoir donné le médicament X chez les patients diabétiques

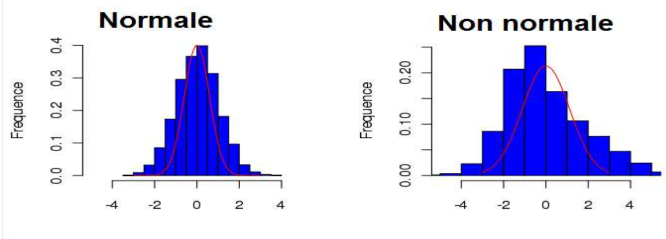
TESTS NON PARAMÉTRIQUES
(voir les cours suivants)

- Si la variable étudiée n'a pas une distribution normale (gaussienne) → on peut utiliser:
  - ➢ le test non paramétrique de Mann-Whitney U (échantillons indépendants);
  - ➢ le test non paramétrique de Wilcoxon pour échantillons dépendants / appariées
- Principe:
  - on ordonne les valeurs,
  - puis on remplace les valeurs par leurs rangs.
- les tests font la comparaison des rangs entre les 2 échantillons.

Vérification de la condition de normalité des données: methodes

Pourquoi on vérifie si les données suivent la loi Normale??

- Importante pour appliquer des test paramétriques, avec condition de normalite:
  - Test Student-t
  - Test ANOVA



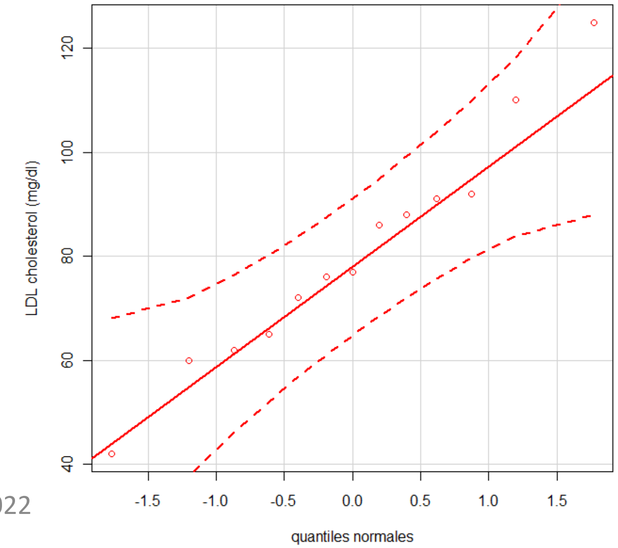
Modalités de vérification de l'existence de la loi Normale

- des graphiques (les meilleures) modalités
  - Histogramme (symétrique, comme un chapeau)
  - Boite a moustaches (symétrique autour de la médiane)
  - Le graphique des quantiles (voir diapositive suivant)
- des statistiques descriptives (pas très fiables)
  - Si la moyenne est ≈ médiane≈ mode
  - Si le coefficient de l'aplatissement ≈ 0 / apartient a [-1, 1] (kurtosis)
  - Si le coefficient de symétrie ≈0 / apartient a [-1, 1] (skewness)
- des tests de normalité: (ne sont pas recommandées)
  - Test de Kolmogorov-Smirnov
  - Test de Shapiro-Wilk (si $p < 0{,}05$ → la distribution empirique des donnees n'est pas de distribution Normale, $p \geq 0{,}05$ → loi Normale)

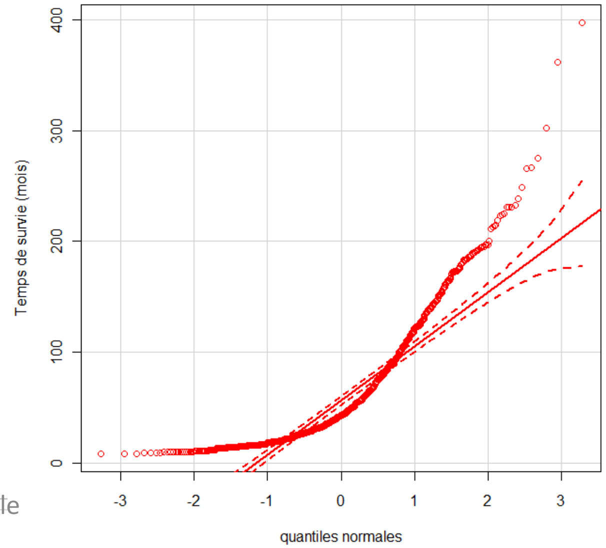
Vérification de la condition de normalité des données

- Graphique des quantiles – permet de comparer deux distributions
  - On peut comparer la distributions de la série des données observées (les points) avec un distribution théorétique normale (la ligne)
  - Si les points sont sur la ligne – distribution approximative normale
  - Si les points s'éloigne de la ligne – distribution non normale
- La meilleur façon d'évaluer la normalité des données

La distribution du LDL cholestérol chez un group des sujets avec la maladie Gaucher



Le temps de survie pour un group des sujets dialysée



Comparaison des données normalement distribuées vs. Données ne suivent pas une loi Normale

Histogramme Boite a moustaches Le graphique des quantiles

- **Normale**

moyenne ~= médiane

(=-0,03 =0,015)

c. asymétrie = 0,11

apartient a [-1, 1], ~= 0

c. aplatissement = -0,09

apartient a [-1, 1] ~= 0

Shapiro-Wilk test

p= 0,99 > 0,05

- **Non normale**

moyenne ≠ médiane

(=1.57 =0,98)

c. asymétrie = 5,59

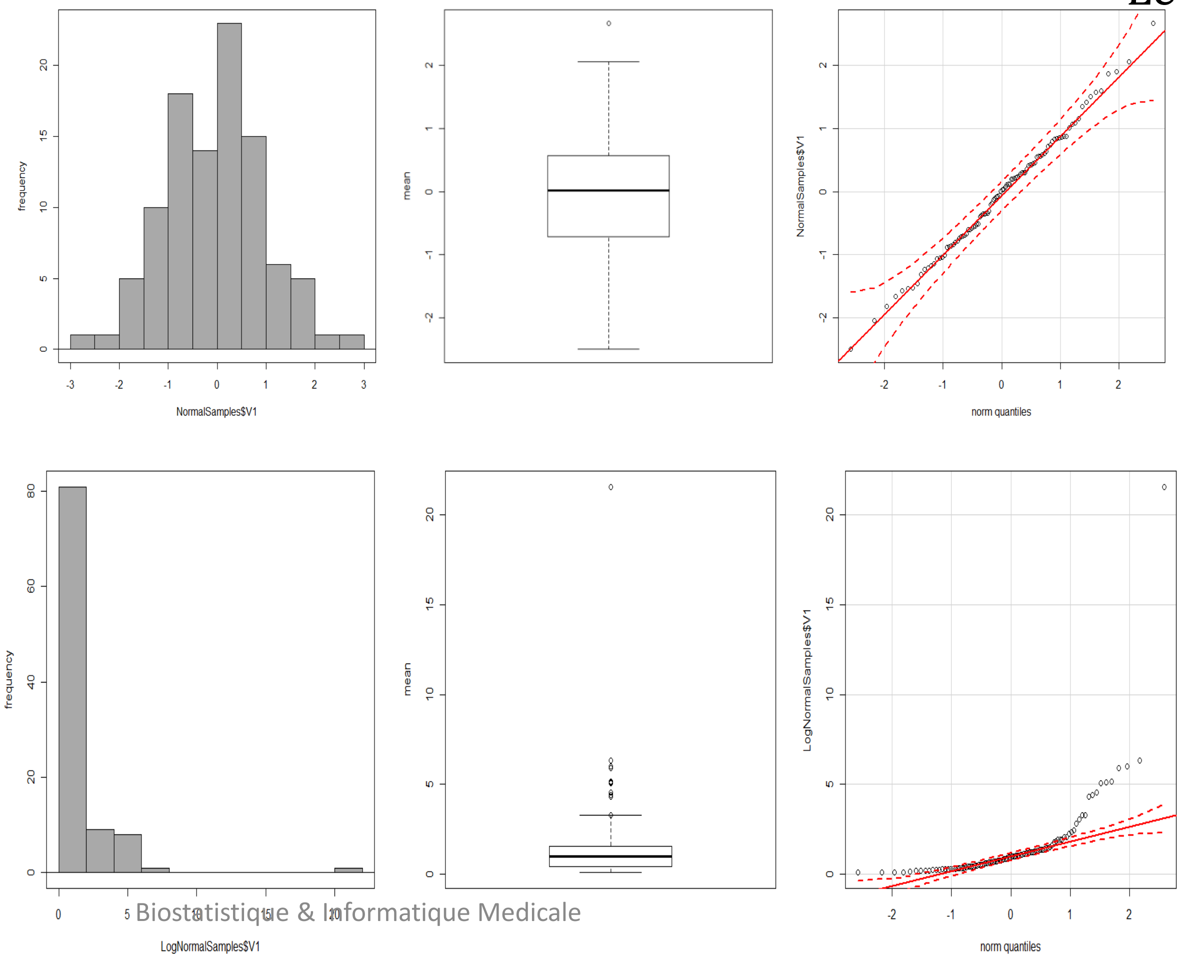
> 1, ≠ 0

c. aplatissement = 40,63

> 1, ≠ 0

Shapiro-Wilk test

p=~0 < 0,05



Vérification de la condition de normalité des données

Outils statistiques:

- Excel
  - Menue TOOLS, commande Data Analysis,
    - option Descriptive Statistics
      - Skewness, kurtosis, mean, median, …
    - Option Histogram
      - L'histogramme
- EPIINFO
  - la composant Analysis, commande Means
    - Mean, median
  - la composant Analysis, commande Graph, Histogram ou Box & wiskers
    - L'histogramme, la boite a moustaches
- R Commander (dans R)
  - Menu Graphs/ Histogram, Boxplot, Quantile comparison plot…
  - Menu Statistics / Summaries / Numerical summaries – moyenne, mediane
  - Menu Statistics / Summaries / Shapiro Wilk test of normality

Révision des tests utilisés

Tests statistiques pour comparer les variances entre deux échantillons						
Type variable	**Nb sujets**	**Nature des données**	**Statistique comparée**	**Test utilisé**	**Paramètre du test**	**Région du rejet**
Quantitative	Données normale distribuées		variances	Test F de Fisher, $v_1 = n_1$ d.d.l. $v_2 = n_2$ d.d.l.	$F = \begin{cases} \frac{S_2^2}{S_1^2}, pour.S_2^2 \rangle S_1^2 \\ \frac{S_1^2}{S_2^2}, pour.S_1^2 \rangle S_2^2 \end{cases}$	$\left[F_{v_1, v_2, \alpha}, +\infty\right)$

(ou n_1, n_2 - nombre des sujets; m_1, m_2 – moyennes; s_1, s_2 – déviations standard descriptive de l'échantillon; S_1, S_2 – déviation standard d'échantillonage;
$S = \sqrt{\frac{n}{n-1}} s$; $s = \sqrt{\frac{n-1}{n}} S$; d.d.l. – dégrées de liberté)

Révision des tests utilisés

Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilisé	Paramètre du test	Région du rejet – test bilateral
Deux échantillons indépendants						
Quantitative	$n_1, n_2 \geq 30$	Normale distribuées, Variances dans la population **connues** inégales	Différence des moyennes	Test Z pour la différence entre les moyennes	$Z = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$(-\infty, -v.c.]$ U $[v.c., +\infty)$
	$n_1, n_2 \geq 30$	Normale distribuées, Variances dans la population **connues** égales	Différence des moyennes	Test Z pour la différence entre les moyennes	$Z = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}}$	$(-\infty, -v.c.]$ U $[v.c., +\infty)$
	$n_1, n_2 \geq$ ou < 30	Normale distribuées, Variances dans la population **inconnues** inégales	Différence des moyennes	Test t (Student) $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l.	$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	$(-\infty, -v.c.]$ U $[v.c., +\infty)$
	$n_1, n_2 \geq$ ou < 30	Normale distribuées, Variances dans la population **inconnues** égales	Différence des moyennes	Test t (Student) $n_1 + n_2 - 2$ d.d.l.	$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$	$(-\infty, -v.c.]$ U $[v.c., +\infty)$
Deux échantillons dépendants (pairées)					$S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	
Quantitative	$n_1 = n_2 \geq$ ou < 30	Normale distribuées,	Moyenne des différences	Test t (Student) n - 1 d.d.l.	$t = \frac{\overline{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	$(-\infty, -v.c.]$ U $[v.c., +\infty)$

(ou n, n_1, n_2 - nombre des sujets; m, m_1, m_2 – moyennes; s, s_1, s_2 – déviations standard descriptive de l'échantillon; S, S_1, S_2 – déviation standard d'échantillonage; $S = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,s$; $s = \sqrt{\frac{n-1}{n}}\,S$; σ , σ_1, σ_2 - déviation standard dans la population; pour α=0,05, Z_α=1,96; d.d.l. – dégrées de liberté; v.c. – valeur critique)

Révision des tests utilisés

Tests pour comparer la distribution d'une caractéristique observée sur un échantillon a ceux sur un population

Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet – test bilateral
Quantitative	n>30	Normale distribuées, Variance connue	moyenne	Test Z pour les moyennes	$Z = \frac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	(-∞, -v.c.] U [v.c., +∞)
	n>30	Normale distribuées, Variance inconnue	moyenne	Test t (Student) n-1 d.d.l. σ~S=√(n/n-1) * s	$t = \frac{m-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	(-∞, -v.c.] U [v.c., +∞)
	n<30	Normale distribuées, Variance connue	moyenne	Test t (Student) n-1 d.d.l.	$t = \frac{m-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	(-∞, -v.c.] U [v.c., +∞)
	n<30	Normale distribuées, Variance inconnue	moyenne	Test t (Student) n-1 d.d.l. σ~S=√(n/n-1) * s	$t = \frac{m-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	(-∞, -v.c.] U [v.c., +∞)

(v.c. = valeur critique, d.d.l. = dégrées de liberté, n - nombre des sujets; p - fréquence; q = 1 – p; m – moyenne; s – déviation standard descriptive de l'échantillon; S – déviation standard d'échantillonage; $S = \sqrt{\frac{n}{n-1}}s$; $s = \sqrt{\frac{n-1}{n}}S$; σ - déviation standard dans la population; pour α=0,05, Z_α=1,96)

Le test ANOVA

On considère p échantillons indépendants avec les moyennes $m_1,\dots,m_p$

Ex. Données:

- On veut comparer la <u>douleur</u> après
  <u>3 interventions</u> (p=3) (<u>placebo</u>, <u>dose analgésique réduite</u>, <u>dose importante</u>)
  La douleur est considéré = 0 – sans douleur, = 10 – douleur très forte

1. Hypothèses:

- H_0: les moyennes $m_1,\dots,m_p$
  - ne sont pas significativement différents
- H_1: les moyennes $m_1,\dots,m_p$
  - sont significativement différents

2. Le **paramètre statistique** F du test suive la loi de Fisher (*voir le cours variables aléatoires*)

Le test ANOVA

- Calcul du F:
- n=nombre total d'observations, n_1,n_2, n_3 – le nombre d'observations par group, p – nombre des groups
- m_t – la moyenne des toutes les observations, m_1, m_2, m_3… les moyennes par groups, DS_1, DS_2, DS_3, … déviations standard d' échantillonnage des groups
- Calcul de la **variation entre les groupes**
  - La **Somme des Carrées Entre les Groups**
    - $SCEG = n_1*(m_1-m_t)^2 + n_2*(m_2-m_t)^2 + n_3*(m_3-m_t)^2 + …$
  - La **Moyenne des Carrées Entre les Groups** MCEG = SCEG / (p – 1) (dégrées de liberté)
- Calcul de **la variation dans les groupes**
  - La **Somme des Carrées Dans les Groups** (des erreurs/residuels)
    - $SCDG = (n_1-1)*DS_1^2 + (n_2-1)*DS_2^2 + (n_3-1)*DS_3^2 + …$
  - La **Moyenne des Carrées Dans les Groups** MCDG = SCDG / (n – p) (dégrées de liberté)
- La **statistique F** du test: F = MCEG / MCDG

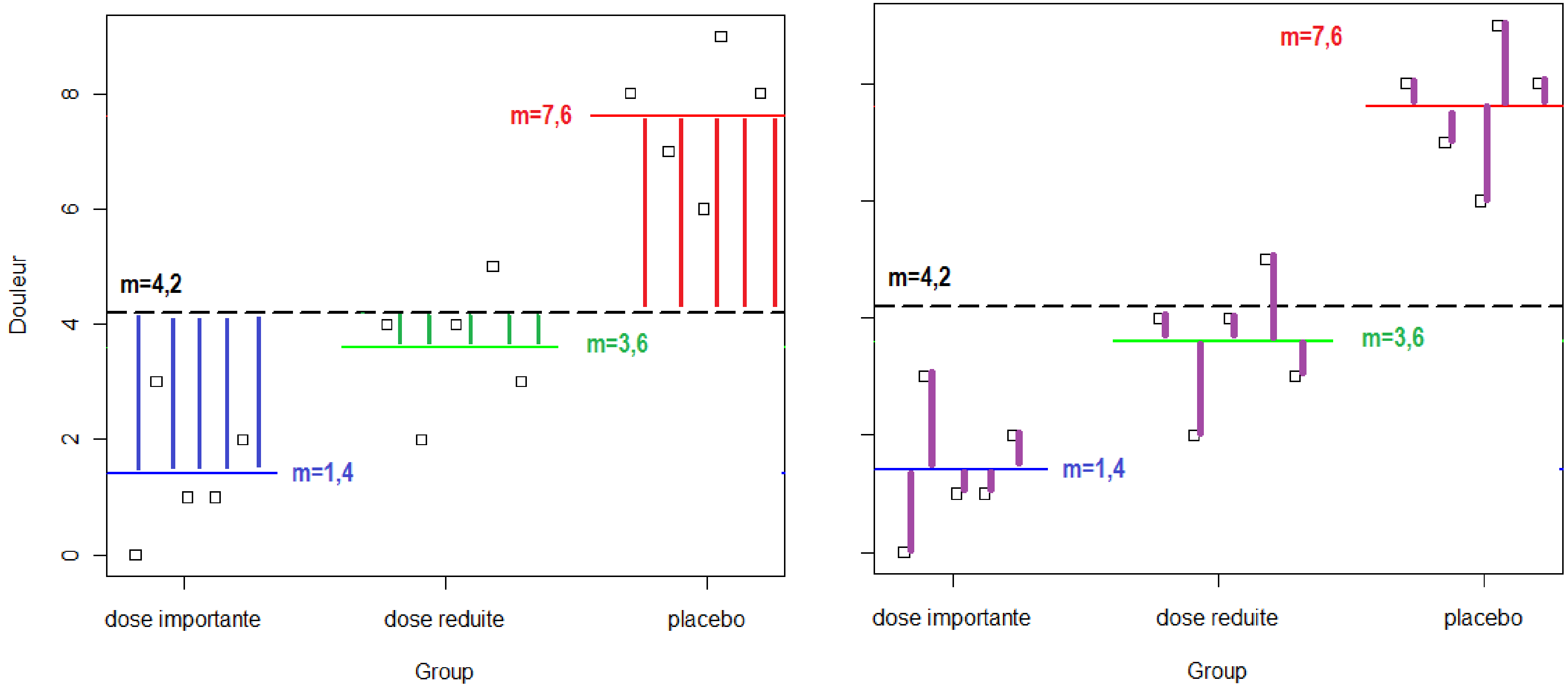
Calcul du F

$n = 15, n_1 = 5, n_2 = 5, n_3 = 5, p = 3$
$m_t = 4{,}2, m_1 = 1{,}4, m_2 = 3{,}6, m_3 = 7{,}6$
$DS_1 = 1{,}14, DS_2 = 1{,}14, DS_3 = 1{,}14$

MC Entre les Groups (MCEG)
$= [n_1*(m_1-m_t)^2 + n_2*(m_2-m_t)^2 + n_3*(m_3-m_t)^2] / (p-1)$
$= [5*(1{,}4-4{,}2)^2 + 5*(3{,}6-4{,}2)^2 + 5*(7{,}6-4{,}2)^2] / (3 – 1) = (39{,}2 + 1{,}8 + 57{,}8) / 2 = 49{,}4$

MC Dans les Groups (MCDG)
$=[(n_1-1)*DS_1^2+ (n_2-1)*DS_2^2+ (n_3-1)*DS_3^2] / (n-p)$
= [(5-1)*1,142+ (5-1)*1,142+ (5-1)*1,142] / (15 – 3) = 15,595 / 12 = 1,299

F = MCEG / MCDG = 49,4 / 1,299 = 38,029



Le test ANOVA

3. Le niveau de signifiance α = 0,05

4. Les valeurs critiques et **la région du rejet**:

- On trouve dans la tabelle du distribution du Fisher la valeur critique F (voir le cours variables aleatoires), pour un α = 0,05, avec
  - v_1 (nombre échantillons – 1) degrés de liberté = 3 – 1 = 2,
  - v_2 (nombre observations - nombre échantillons) = (15 - 3) = 12 d.d.l. **=> RR=[3,88, +∞)**

5. Calculer la valeur de la statistique du test: F_0

6. la **décision statistique** en **fonction de la région du rejet** :

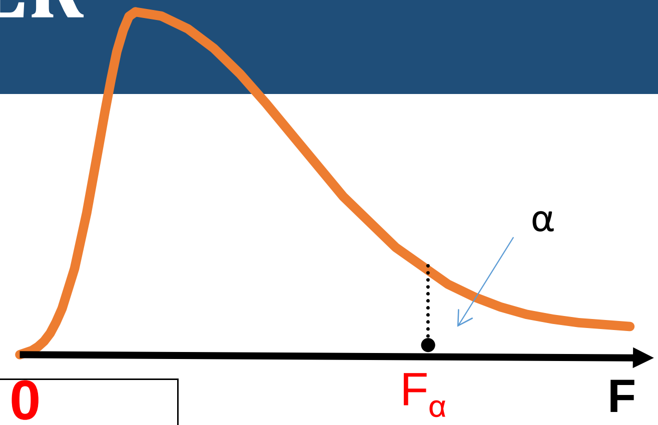
Si F_o appartienne a RR=$\left[F_{v_1,v_2,\alpha},+\infty\right)$=> on rejette H_0 .

la **décision statistique** en **fonction de la valeur du p** :

- Si p-value < α (=0,05) on rejet H_0 => en faveur du H1(en gros, on accepte H_1)
- Si p-value ≥ α (=0,05) => on ne peut pas rejeter H_0

La Loi de FISHER

F	$\alpha=0,05$
$df_{numerateur}=\nu_1=4$; $df_{denominaterur}=\nu 2=5$;	9,36



F Distribution critical values for P=0.05

Denominator	Numerator DF													
DF	1	2	3	4	5	7	10	15	20	30	60	120	500	1000
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	236.77	241.88	245.95	248.01	250.10	252.20	253.25	254.06	254.19
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.353	19.396	19.429	19.446	19.462	19.479	19.487	19.494	19.495
3	10.128	9.5522	9.2766	9.1172	9.0135	8.8867	8.7855	8.7028	8.6602	8.6165	8.5720	8.5493	8.5320	8.5292
4	7.7086	6.9443	6.5915	6.3882	6.2560	6.0942	5.9644	5.8579	5.8026	5.7458	5.6877	5.6580	5.6352	5.6317
5	6.6078	5.7862	5.4095	5.1922	5.0504	4.8759	4.7351	4.6187	4.5582	4.4958	4.4314	4.3985	4.3731	4.3691
7	5.5914	4.7375	4.3469	4.1202	3.9715	3.7871	3.6366	3.5108	3.4445	3.3758	3.3043	3.2675	3.2388	3.2344
10	4.9645	4.1028	3.7082	3.4780	3.3259	3.1354	2.9782	2.8450	2.7741	2.6996	2.6210	2.5801	2.5482	2.5430
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7066	2.5437	2.4035	2.3275	2.2467	2.1601	2.1141	2.0776	2.0718
20	4.3512	3.4928	3.0983	2.8660	2.7109	2.5140	2.3479	2.2032	2.1241	2.0391	1.9463	1.8962	1.8563	1.8498
30	4.1709	3.3159	2.9223	2.6896	2.5336	2.3343	2.1646	2.0149	1.9317	1.8408	1.7396	1.6835	1.6376	1.6300
60	4.0012	3.1505	2.7581	2.5252	2.3683	2.1666	1.9927	1.8365	1.7480	1.6492	1.5343	1.4672	1.4093	1.3994
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4473	2.2898	2.0868	1.9104	1.7505	1.6587	1.5544	1.4289	1.3519	1.2804	1.2674
500	3.8601	3.0137	2.6227	2.3898	2.2320	2.0278	1.8496	1.6864	1.5917	1.4820	1.3455	1.2552	1.1586	1.1378
1000	3.8508	3.0047	2.6137	2.3808	2.2230	2.0187	1.8402	1.6765	1.5811	1.4705	1.3318	1.2385	1.1342	1.1096

https://www.medcalc.org/manual/f-table.php

Le test ANOVA

Etape 5. Calculer la valeur de la statistique du test:

Dans le programme R:

- La statistique descriptive des trois groups:

	moyenne	DS	n
dose importante	1.4	1.14	5
dose reduite	3.6	1.14	5
placebo	7.6	1.14	5

- La valeur de la statistique du test:

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Group	2	98.8	49.4	38	6.43e-06 ***
Residuals	12	15.6	1.3		

valeur p

SCEG =98.8
MCEG=49.4
SCDG =15.6
MCDG= 1.3

Etape 6'. Décision statistique: en **fonction de la valeur du p** :

p-value=0,00000643 < 0,05 **=>** on rejette H0 → H_1.

la **décision statistique** en **fonction de la statistique du test** : F = 38, appartienne a la RR **=>** on rejette H_0, → H_1 → il y a une difference significative entre le niveau moyen de duleur pour les trois groups (populations) (placebo, dose analgésique réduite, dose importante).

Le test ANOVA

Les conditions pour appliquer le test:

- La <u>normalité des données</u>
  - On la vérifie avec
    - Voir les diapositif suivants
- <u>L'égalité des variances</u>
  - On la vérifie avec des tests d'égalité de variance:
    - Le **test Bartlet** ou **Levene**
      - Permet vérifier 2 ou plus groups
      - (similaire comme but a le test F pour comparer 2 variances)
      - Ex. Pour l'exemple avec les analgésiques, le test Levene obtenu dans le programme statistique R:

        Levene test for homogeneity of variance
        p-value = 1

        P>0,05 => on ne peut pas dire qu'il y a une différence statistiquement signifiante entre les variances des groupes => on peut utiliser le test ANOVA

Le test ANOVA

- **Si** la condition <u>d'égalité de variance</u> **n'est pas satisfaite** on utilise
    - Le test ANOVA de Welch
    - ou Brown Forsyth pour variances inégales

- **Si** les conditions de <u>normalité</u> **ne sont pas satisfaites** on utilise l'équivalent non paramétrique du test ANOVA: le test Kruskal-Wallis (voir cours tests nonparametriques)

Le test ANOVA

Outils statistiques:

- Excel
  - Menu TOOLS, commande Data Analysis, option Anova Test
    - Le test ANOVA
  - Menu TOOLS, commande Data Analysis, option Descriptive Statistics
    - Skewness, kurtosis, mean, median, …
- EPIINFO
  - la composant Analysis, commande MEANS
    - Le test ANOVA,
    - Le test Bartlet,
    - Le test Kruskal-Wallis
- R Commander (dans R)
  - Menu Statistics / Means / One-way ANOVA – le test ANOVA
  - Menu Statistics / Nonparametric tests / Kruskal-Wallis
  - Menu Statistics / Variances / F, Barttlet's, Levene's test

Le test ANOVA: l'analyse a posteori pour comparer chaque 2 moyennes des échantillons entre elles

- Le test ANOVA nous aide de décider s'il y a une différence **entre toutes les moyennes** des groups qu'on compare.

- Si on rejette H_0, (si $p<0,05$ – la différence globale est présente)
  - pour voir s'il y a une <u>différence</u> entre les moyennes des <u>chaque deux échantillons</u>
    - Ex. 1 et 2,
      - 2 et 3,
      - 1 et 3
  - on doit utiliser des tests Post Hoc (après avoir utilisé ANOVA)

- Ex. Comparer la dose analgésique importante et réduite
  - Solution:
    - utiliser le test Student t pour échantillons indépendants, <u>avec la correction **Bonferroni**</u>
      - (il y a aussi autres types de corrections/post-hoc tests: **Tukey**, **Scheffe**, …)

Le test ANOVA: l’analyse a posteori pour comparer chaque 2 moyennes des échantillons entre elles

- La nécessite de la correction:
  - si on utilise trois test T pour comparer
    - echantillon 1 avec 2, puis echantillon 1 avec 3, puis echantillon 2 avec 3,
  - l’erreur totale alfa va être la somme des toutes les erreurs des tests
    - = 5% + 5% + 5% = 15% - inadmissible!
- Modalités de correction:
  - Pour avoir un **niveau de signifiance** α = 0,05 pour les tests post-hoc
  - Correction **Bonferroni**:
    - on doit comparer le p des chaque test T pas a 0,05
      - mais a 0,05 / 3 (le nombre des tests réalisées) = 0,0166 comme niveau de signifiance pour le test T post hoc.
    - Ou on peut <u>multiplier le p de chaque test p avec 3, et les comparer avec 0,05 (la plus simple technique)</u>.

Récapitulatif des tests utilises

Tests statistiques pour plus des deux échantillons (groups) indépendants						
Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet
Quantitative		Normale distribuées, Variance des échantillons égalés	moyenne	Test ANOVA v1 = nb. groups – 1 v2 = nb. obs. – nb groups	$F = \frac{MCG}{MCE}$	$\left[F_{v_1,v_2,\alpha}, +\infty\right)$
		Normale distribuées, Variance des échantillons inégalés	moyenne	ANOVA de Welch ou Brown Forsyth		
		Non normale distribuées	médiane	test Kruskal Wallis	-	-

L et C – nombres des lignes et des colonnes dans le tableau de contingence, f^o – fréquence observée, f^t – fréquence théorétique; d.d.l. – dégrées de liberté;

MCEG = [n1 * $(m1-mt)^2$ + n2 * $(m2-mt)^2$ + n3 * $(m3-mt)^2$ + …] / (p-1)
MCDG = [(n1-1) * $DS1^2$+ (n2-1) * $DS2^2$+ (n3-1) * $DS3^2$ + …] / (n-p)
n=nombre total d'observations, n1,n2, n3 – le nombre d'observations par group, p – nombre des groups
mt – la moyenne des toutes les observations, m1, m2, m3… les moyennes par groups, DS_1, DS_2, DS_3, … déviations standard d'échantillonnage des groups

Récapitulatif des tests utilises

Corrections post – hoc (après) le test ANOVA, Pour comparaisons des toutes les combinassions des deux groups Ex – on compare trois groups 1, 2, 3 => avec trois tests student t entre groupe 1 et 2, 1 et 3, 2 et 3	
Nom du correction	Technique
Bonferroni	On multiplie la valeur du p de chaque test t par le nombre des tests/corrections (ex. 3), et on le compare avec 0,05
Tukey	-
Scheffe	-

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques
Test t pour des échantillons dépendants/ pairées

Changes in Personality and Learning Styles for First Year Medical Students
Nicole J. Borges & Dean X. Parmelee
Medical Science Educator [Volume 21](#) : No. 3. IAMSE http://www.iamse.org/artman/publish/article_611.shtml

Abstract
Sixty-five **students** (62 response rate**) completed** the *Neuroticism, Extraversion, Openness to Experience Personality Inventory-Revised and Grasha-Reichmann Student Learning Styles Scale* **at the beginning and end of their first year of medical school.** Paired t-tests showed significant differences for 2 of 5 personality scales and 5 of 6 learning styles scales.

Personality and Learning Styles Scales	Pretest		Posttest			
	Mean	SD	Mean	SD	*t*	*p*
Neuroticism	85.32	20.70	88.91	23.95	-1.647	.104
Extraversion	122.92	19.15	118.12	18.50	3.415	.001*
Openness to Experience	121.25	18.99	121.31	19.11	-.052	.958
Agreeableness	125.29	19.85	126.02	19.19	-.675	.502
Conscientiousness	132.65	15.66	126.40	19.06	4.091	<.001*
Dependent	35.54	4.06	37.12	4.93	-3.110	.003*
Collaborative	37.60	5.72	35.38	5.61	3.652	.001*
Participant	38.25	4.15	36.18	4.32	3.674	<.001*
Avoidant	24.29	5.20	27.52	5.32	-5.511	<.001*
Independent	35.25	3.90	35.00	4.68	.506	.615
Competitive	27.03	5.91	24.98	6.24	2.926	.004*

***Table 1** Results of Paired t-tests for Pre and Post Comparison of Personality and Learning Styles*
**Significant at $p < .005$ level*

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques Test t pour des échantillons dépendants/ pairées

Interprétation du tableau dans l' étude

On observe que: ils comparent différentes types des scores de personnalité (e.g. extraversion ...) (dans la première colonne), avec le test: paired t-test (dans le titre), pour voir des différences avant et après le première année (Pre and post comparaison – dans le titre du tableau; pour chaque variable quantitative – score de personnalité, on observe la moyenne - mean, déviation standard – SD – au début (pre) and a la fin de l'annee (post), et le résultat du test t (P)

Énoncez les hypothèses nulle et alternative, pour le **test** qui vérifie s'il y a une **différence** statistiquement significative entre les étudiants depuis le **début** de l'année et à la **fin** de l'année en ce qui concerne niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

H0 (**hypothèse nulle**): **il n'y a pas** une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

H1 (**hypothèse alternative** - test bilatéral): **il y a** une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

Écrivez le nom du test utilisé pour la comparaison:

test t de Student pour échantillons dépendants/appariées (voir paired t-test dans le tableau).

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques Test t pour des échantillons dépendants/ pairées

Interprétation du tableau dans l' étude

Ecrivez la valeur du P du test t (voir la colonne P)

$p=0.001$

Interpréter du point de vue statistique le résultat du test statistique t, et argumentez votre réponse

Il y a une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

parce que $p=0.001 <$ le niveau de signification de 0.05. (on rejette l'hypothèse nulle)

Ecrivez les valeurs de moyens et l'écart-type pour chaque groupe (voir M – moyenne, SD – écart type/déviation standard)

avant (pretest – dans le tableau): moyenne = 37.60, écart type = 5.72

après (posttest– dans le tableau) : moyenne = 35.38, écart type = 5.61

Ecrivez quel groupe a la moyenne du style collaboratif plus grande

Le groupe avant (voir 37.60 > 35.38)

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques
Test ANOVA et post hoc tests

Clinics (Sao Paulo). Mar 2014; 69(3): 198–202. doi: 10.6061/clinics/2014(03)10

Depression in hemodialysis patients: the role of dialysis shift

Flavio Teles,[I,*] Vega Figueiredo Dourado de Azevedo,[I] Claudio Torres de Miranda,[II] Milma Pires de Melo Miranda,[II] Maria do Carmo Teixeira,[I] and Rosilene M. Elias[III]

OBJECTIVE: Depression is the most important neuropsychiatric complication in chronic kidney … eases mortality.
Evidence demonstrating the association between dialysis shift and depression is lacking; thus … f this study.

METHOD: This cross-sectional study included patie… …ntory.
Excessive daytime sleepiness was evaluated using …

RESULTS: A total of 96 patients were enrolled (55 r… …nd 49% of
the patients, respectively. When comparing variab… …nt status,
excessive daytime sleepiness, hemoglobin, phosph… …s (p<0.0001),
although patients in rural areas did not have a high… …during the
morning shift (p=0.008). Independent risk factors f… …, and dialysis
during the morning shift (p=0.0009). The hospitaliz… …008).

…f hemoglobin. The results
…rders may play a role.

3 echantillons **ANOVA**

	Morning shift N=39	Afternoon shift N=37	Evening shift N=20	*p*-value
Age, years	47±14	48±15	50±5.3	0.71
Dialysis vintage, years	5.3±3.1	4.8±3.8	5.5±4.8	0.75
Unemployed, n (%)	35 (89.7)	34 (91.9)	16 (80)	0.38
Hemoglobin, g/dl	9.7±1.8	10.3±1.6	10.1±1.1	0.59

Statistical analysis
The data are expressed as the mean±standard deviation (SD). For the statistical analysis and data description, patients were stratified according to dialysis shift (morning, afternoon, and evening). **Numerical variables** were submitted to the Kolmogorov-Smirnov test and **compared using ANOVA with a Bonferroni post-test.**

Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques
Test ANOVA et post hoc tests

Interprétation du tableau dans l' étude

- On observe que: ils comparent différentes variables (variables quantitatives: âge, des années de dialyse, le niveau du hémoglobine - sur les lignes: « age », « dialisis vintate (years) », « hemoglobin »); pour trois moments de dialyse: le matin, l'après-midi, et le soir(sur les colonnes: « Morning», «Afternoon», « Evening »), on a les nombre des sujets par group, puis la moyenne et la deviation standard (apres le signe ±), et le résultat du test ANOVA – la valeur du P (P value)
- **Énoncez les hypothèses nulle et alternative**, pour le test qui vérifie s'il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge (voir dans le tableau la lignes pour « age »)
- **H0 (hypothèse nulle):** il n'y a pas une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge
- **H1 (hypothèse alternative** - test bilatéral): il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge
- **Écrivez le nom du test** utilisé pour la comparaison:

Le test ANOVA

Exemples d’articles scientifiques avec tests statistiques
Test ANOVA et post hoc tests

Interprétation du tableau dans l’ étude

Ecrivez la valeur du P du test (voir la colonne P)

- p=0.71

Interpréter du point de vue statistique le résultat du test statistique , et argumentez votre réponse

- On ne peut pas dire qu’il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge.
- parce que p=0.71 est plus grand que le niveau de signification de 0.05 (on ne peut pas rejeter l’hypothèse nulle)

Interpréter du point de vue clinique les résultats:

- **Ecrivez les moyennes d'âge pour chaque groupe**

le matin: 47, l’après-midi: 48, et le soir: 50

- **Ecrivez quel groupe a l’ âge moyenne le plus grande**

le soir (voir 50 > 47 ou 48) – mais les résultats ne sont pas sure – ne sont pas statistiquement significative

Exemples des questions

	All ($n=689$)	No PE ($n=637$)	PE ($n=52$)	p value
Age (years)	67.3 ± 13.2	67.6 ± 13.4	63.8 ± 10.6	0.04
Male gender	487 (69.4)	437 (68.6)	41 (78.8)	0.12
BMI (kg/m^2)	27.2 ± 5.3	27 ± 5.2	29.6 ± 6.3	0.003
Ever smoker	159 (27)	151 (27.7)	8 (18.6)	0.20
Hypertension	398 (56.9)	364 (57.6)	25 (48.1)	0.18
Dyslipidaemia	188 (27.5)	175 (27.7)	13 (25.0)	0.74
Diabetes	157 (23)	144 (22.8)	13 (25.0)	0.72
Heart failure	92 (13.5)	90 (14.2)	2 (3.8)	0.04
Atrial fibrillation	105 (15.4)	102 (16.1)	3 (5.8)	0.05
Coronary artery disease	143 (20.9)	137 (21.7)	6 (11.5)	0.08
COPD	67 (9.8)	64 (10.1)	3 (5.8)	0.31
Chronic kidney disease	127 (18.6)	123 (19.5)	4 (7.7)	0.04
ACEi/ARB therapy	133 (20.6)	123 (20.6)	10 (20.0)	0.91
Oral anticoagulant therapy	90 (14.1)	79 (13.5)	11 (21.6)	0.11
Direct oral anticoagulant	47 (7.4)	40 (6.8)	7 (13.7)	0.07
Vitamin K antagonist	48 (7.5)	43 (7.3)	5 (9.8)	0.52
Statin therapy	176 (27.2)	165 (27.7)	11 (21.6)	0.35
Fever (≥ 37.5 °C)	440 (64.1)	408 (64.3)	32 (62.7)	0.83
Respiratory rate ≥ 22/min	279 (52.0)	253 (50.8)	26 (66.7)	0.06
SBP (mmHg)	129.6 ± 21.5	129.7 ± 21.4	129.2 ± 22.4	0.89
Heart rate (bpm)	86.6 ± 18.1	86.3 ± 18.2	90.7 ± 15.9	0.09
Oxygen saturation (%)	90.5 ± 7.6	90.8 ± 7.2	86.6 ± 10.1	< 0.001
LV ejection fraction (%)	52.5 ± 11.3	52.1 ± 11.7	55.3 ± 8.4	0.12

Data are shown as count (%), mean ± SD or median (interquartile range)

BMI body mass index, *COPD* chronic obstructive pulmonary disease, *ACEi* angiotensin-converting enzyme inhibitor, *ARB* angiotensin receptor blocker, *SBP* systolic blood pressure, *LV* left ventricular

Scenario: Regardez la table suivante (contenant des résultats partiels) depuis une article scientifique médical. Il décrit les caractéristiques de l'embolie pulmonaire chez les patients atteints de COVID-19. Répondez aux questions posé sur les diapositives suivantes:

Source:
Ameri P, Inciardi RM, Di Pasquale M, Agostoni P, Bellasi A, Camporotondo R, Canale C, Carubelli V, Carugo S, Catagnano F, Danzi G, Dalla Vecchia L, Giovinazzo S, Gnecchi M, Guazzi M, Iorio A, La Rovere MT, Leonardi S, Maccagni G, Mapelli M, Margonato D, Merlo M, Monzo L, Mortara A, Nuzzi V, Piepoli M, Porto I, Pozzi A, Provenzale G, Sarullo F, Sinagra G, Tedino C, Tomasoni D, Volterrani M, Zaccone G, Lombardi CM, Senni M, Metra M. Pulmonary embolism in patients with COVID-19: characteristics and outcomes in the Cardio-COVID Italy multicenter study. Clin Res Cardiol. 2020 Nov 3:1–9. doi: 10.1007/s00392-020-01766-y.

Lien vers l'article:
https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33141251/

Exemples des questions

E1. Lesquelles des affirmations suivantes sont correctes?

A. La variable *Saturation en oxygène (%)* est une variable quantitative

B. La variable *Saturation en oxygène (%)* est une variable qualitative

C. La variable *Fréquence respiratoire ≥ 22/min* est une variable quantitative

D. La variable *Fibrillation atriale* est une variable qualitative

E. La variable *Fréquence respiratoire ≥ 22/min* est une variable qualitative

R1. A, D,E

Exemples des questions

E2. Les auteurs ont choisi de montrer:

A. la moyenne et l' erreur-type pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle suit la distribution gaussienne

B. la moyenne et l' écart-type pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle suit la distribution gaussienne

C. la médiane (intervalle interquartile, IQR) pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle ne suit pas la distribution gaussienne

D. Les fréquences absolue et relative pour la variable *Fréquence respiratoire ≥ 22/min*

E. Nombre de cas et les pourcentages pour la variable *Fréquence respiratoire ≥ 22/min*

R2. B, D, E

Exemples des questions

E3. Les valeurs de saturation en oxygene (%) ont été comparées entre les deux groupes de sujets au moyen du:

A. Test t de Student pour échantillons independantes

B. Test t de Student pour échantillons dépendantes

C. ANOVA a un facteur

D. test de Z pour échantillons independantes

E. ANOVA à mesures répétés

R3. A

Exemples des questions

E4. La formulation des hypothèses statistiques concernant la comparaisons des valeurs pour la Saturation d'oxygène (SO_2, %) :

A. **H0:** Il n’y a pas de différence significative entre les moyennes de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l’embolie pulmonaire et les ceux qui n’ont pas d’embolie pulmonaire

B. **H0:** Il n’y a pas de différence significative entre les médianes de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l’embolie pulmonaire et les ceux qui n’ont pas d’embolie pulmonaire

C. **H1:** Il a une différence significative entre les distributions de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l’embolie pulmonaire et les ceux qui n’ont pas d’embolie pulmonaire

D. **H1:** Il a une différence significative entre les fréquences de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l’embolie pulmonaire et les ceux qui n’ont pas d’embolie pulmonaire

E. **H1:** Il y a une différence significative entre les moyennes de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l’embolie pulmonaire et les ceux qui n’ont pas d’embolie pulmonaire

R4. A, E

Exemples des questions

E5. Interprétation de la p-valeur concernant la comparaisons des valeurs de SO_2:

A. parce que $p<0,05$ on rejette H0 donc nous sommes en faveur de H1

B. parce que $p<0,05$ on rejette H1 donc nous sommes en faveur de H0

C. parce que $p\geq0,05$ on ne rejette pas H0 donc on accepte H0

D. Il y a une différence significative entre les moyennes de SO_2 chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire

E. la différence observée entre les moyennes de SO_2 n'est pas significative et elle est due aux fluctuations d'échantillonnage

R4. A, D

Exemples des questions

E6. Interprétation des résultats concernant la comparaisons des <u>variances</u> de SO_2 (on considère α=0,05, valeur critique de la quantile=0,69)

A. la région du rejet (RR) du test est [-∞; - 0,69] U [0,69; + ∞]

B. la région du rejet du test (RR) est [0,69; + ∞]

C. la région du non-rejet du test (RnonR) est (0; +0,69)

D. la statistique du test utilisé est égale a 1,968

E. Il n'y a pas de différence significative entre les variances de SO_2 sur les deux populations car la statistique appartienne au RR

R6. B, C, D

Solution

	NoPE	PE
taille de l' echantillon	n_1=637	n_2=52
ecart-type (S)	7.2	10.1
variances (S²)	51.84	102.01

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{S}_2^2}{\mathbf{S}_1^2}, \textbf{pour } \mathbf{S}_2^2 > \mathbf{S}_1^2 \\ \dfrac{\mathbf{S}_1^2}{\mathbf{S}_2^2}, \textbf{pour } \mathbf{S}_1^2 > \mathbf{S}_2^2 \end{cases}$$

- suit la loi de Fisher avec (51, 636) d.d.l

$$RR = [F_{51,636}; \infty) = [0{,}69; \infty)$$

Exemples des questions

E7. Interprétation des résultats concernant la comparaisons des <u>moyennes</u> de SO_2 (on considère α=0,05, valeur critique de la quantile=1,963)

A. la région du rejet (RR) du test est [-∞; - 1,963] U [1,963; + ∞]

B. la région du rejet (RR) du test est [1,963; + ∞]

C. la région du non-rejet du test (RnonR) est (-1,963; +1,963)

D. la statistique du test utilisé est égale a 2,938

E. Il y a une différence significative entre les moyennes de SO_2 sur les deux populations car la statistique appartienne au RR

R7. A, C,D, E

Solution

	NoPE	PE
taille de l' echantillon	n_1=637	n_2=52
moyennes	90.8	86.6
ecart-type (S)	7.2	10.1
variances (S^2)	51.84	102.01

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$t = \frac{90{,}8 - 86{,}6}{\sqrt{\frac{51{,}84}{637} + \frac{102{,}01}{52}}}$$

$t_{\alpha/2}$=1,963

RR=[-∞; - 1,963] U [1,963; + ∞]

$t_{observé}$=t_o=2,938

> The combination of some data and an aching desire for an answer does not ensure that a reasonable answer can be extracted from a given body of data.
>
> — *John Tukey, Exploratory Data Analysis*

Les Graphiques (avec des simulations numériques) du cours ont été réalisés par Mihaela Iancu avec:
R software envinronment for statistical computing and graphics