

# TESTS STATISTIQUES (1)

# Plan du cours

01

Comparaison des deux moyennes: le test t de Student

02

Comparaison des deux variances: le test F de Fisher

03

Comparaison de  $>2$  moyennes: le test ANOVA

04

Méthodes de vérification de la condition de normalité des données

# Qu'est ce qu'un test statistique?

- une démarche de la statistique inférentielle consistant :
  - à tester une hypothèse considérée comme vraie a priori, appelée **hypothèse nulle** ( $H_0$ );
  - être en faveur de l'hypothèse contraire appelée **hypothèse alternative** ( $H_1$ ) lorsque la vérification du  $H_0$  se révèle négatif.

# Utilité des tests statistiques

- Domaine médical dentaire: beaucoup des questions a répondre
  - Fumer la pipe
    - est un facteur de risque pour le cancer de lèvre?
  - Deux solutions du bain de bouche
    - sont différents pour prévenir l'apparition du tartre dentaire?
  - La verre ionomère et un résine composite photo polymérisant
    - sont différents du point de vue de la survie d'une obturation a deux années?

# Comment répondre aux questions médicales avec des tests statistiques

## Pour répondre à chaque question de recherche médicale:

On doit réaliser des études:

- Préparer les études (protocole d'étude)
  - transformer les questions médicales dans hypothèses statistiques
  - identifier le type des caractéristiques /variables d'intérêt
  - choisir le type de test statistique approprié à la situation et aux données
- Réalisation effective de l'étude
  - collecter les données,
  - analyse des données en utilisant des tests statistiques.
    - choisir l'hypothèse qui est bonne
- répondre à la question médicale

# Les hypothèses statistiques

- La création des hypothèses:
  - les **questions médicales** ont deux réponses opposées
    - Les réponses correspondent aux deux **modèles** possibles de la réalité (**hypothèses**)
  - L'hypothèse **nulle**:  $H_0$ 
    - Il n'y a pas de **différence statistiquement significative**
      - Entre les **paramètres (moyennes/frequences)** des deux ou plusieurs sous populations
    - Il n'y a pas **d'association statistiquement significative**
      - **entre 2 caractéristiques/variables** sur une population: Facteur de risque & maladie dentaire)
  - L'hypothèse **alternative**:  $H_1$  (négation du  $H_0$ )
    - Il y a une différence statistiquement significative
      - Entre les paramètres des deux ou plusieurs sous populations
    - Il y a d'association statistiquement significative
      - entre 2 caractéristiques sur une population: Facteur de risque & maladie dentaire)

# Types des tests statistiques par rapport a la formulation du $H_1$

- **Test statistique bilatérale (engl. Two-sided)**
  - L' hypothèse **nulle**:  $H_0$  ( voir le diapo anterieur):  **$A=B$**  (ou A, B = paramètres de deux populations si on utilise deux groupes)
  - L' hypothèse **alternative**:  $H_1$  (négation du  $H_0$ ):  **$A \neq B$** 
    - **Il y a une** différence statistiquement significative
      - Entre les paramètres des deux ou plusieurs sous populations
    - **Il y a d'association** statistiquement significative
      - entre 2 caractéristiques sur une population: Facteur de risque & maladie dentaire)
- **Test unilatérale (engl. One-sided):**
  - L' hypothèse **nulle**:  $H_0$  ( voir le diapo anterieur) :  **$A=B$**
  - L' hypothèse **alternative**:  $H_1$  (négation du  $H_0$ ):  
 **$A > B$  ou  $A < B$**

# Types des tests statistiques

- **Selon la constitution des échantillons**

- Pour **échantillons indépendants**

- les observations sont indépendantes à l'intérieur des groupes et d'un groupe à l'autre
- Exemple: on compare des sujets qui ont reçu un traitement hypocholestérolémiant et des sujets qui ont reçu un placebo

- Pour **échantillons appariés/ dépendants**

- la situation des mesures répétées sur les mêmes sujets.
- Exemple: on mesure la fréquence cardiaque d'un patient avant et après la prise d'un bêta bloquant
- on compare des jumeaux identiques
- on compare des échantillons appariée (pour chaque sujet dans un groupe on trouve un sujet dans l'autre groupe avec caractéristiques similaires)
- On compare la partie gauche avec la partie droite (ex. un test dermatologique avec un traitement pour diminuer la perte de cheveux, ou la partie gauche et la partie droite de la bouche dans une étude sur les obturations)



# Types de tests statistiques

- **Tests paramétriques**

- Utilise des distributions de probabilités
- Ils utilisent des conditions sur la distribution des données
  - Ex. la loi de distribution normale pour un test Z ou
    - La loi de distribution t pour un test Student, (puis F,  $\chi^2$ )
  - Les contraintes du modèle sont fortes

- **Tests non paramétriques**

- N'utilise pas des distributions des probabilités
- Toutefois certaines conditions d'application doivent être vérifiées
  - Les contraintes du modèle sont plus relaxées
- Ex. Mann Whitney U, Wilcoxon

# Les erreurs des tests statistiques

Situations possibles pour la choix d'un hypothèse:

- **Correctes:**
  - l'acceptation de l'hypothèse nulle alors qu'elle est vraie
  - le rejet de l'hypothèse nulle alors qu'elle est fausse.
- **Erreurs:**
  - le rejet de l'hypothèse nulle alors qu'elle est vraie: **erreur de première espèce (  $\alpha$  )**
  - l'acceptation de l'hypothèse nulle alors qu'elle est fausse: **erreur de deuxième espèce (  $\beta$  )**

		Situation réelle	
		Il y a une différence (H1)	Il n y a pas de différence (H0)
Notre décision a l'aide du test statistique	Existe différence (le rejet de $H_0 \rightarrow H_1$ )	Puissance ( $1 - \beta$ )	Erreur alfa (erreur I)
	La différence n'existe pas (on reste avec $H_0$ )	Erreur beta (erreur II)	$1 - \alpha$

# Tests statistiques de type t de Student: Comparaison de 2 moyennes

**1. Échantillons indépendants:** les observations indépendantes d'un groupe à l'autre

**a. Comparaison de deux moyennes se fait par:**

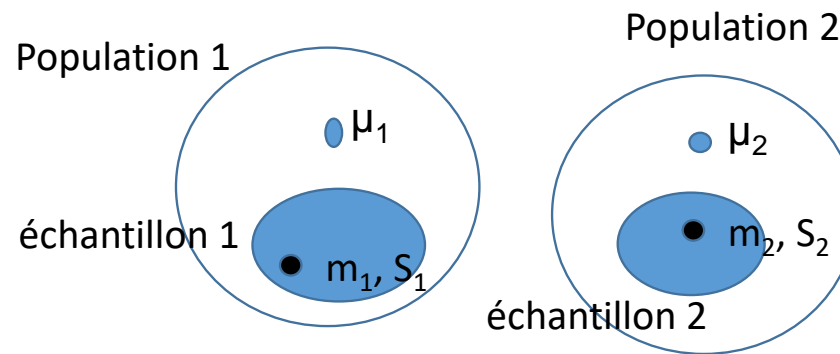
- ✓ *Le Test t de Student pour échantillons indépendants en supposant variances inégales ( voir le cours antérieur)*
- ✓ *Le Test t de Student pour échantillons indépendants en supposant variances égales*

**2. Échantillons dépendants ou appariés :** mesures répétées de la même variable

- ✓ *Le Test t de Student pour échantillons dépendants*

## Test de Student (t): Comparaison de 2 moyennes (ou la moyenne de la variable X dans 2 populations)

- On dispose d'une variable qualitative dichotomique qui permet a définir deux groupes (ex. hommes vs. femmes).
- On mesure une variable quantitative (X=cholestérol)



# Le test t de Student: pour échantillons indépendants

- **Objectif**

- comparaison des moyennes des variables quantitatives continues (2 échant.)

- **Conditions d'application:**

- observations indépendants dans chaque échantillon
- deux échantillons indépendants
- Une variable quantitative mesurée sur les 2 groupes (échantillons)
- les données sont normalement distribuées dans les deux populations
- les variances des populations sont inconnues
- le nombre des observations  $< 30$  ou  $\geq 30$

## L' hypothèse **nulle**: $H_0$

- **Il n'y a pas** de différence statistiquement significative entre les **moyennes** des deux sous-populations (la différence entre les deux moyennes est égale à zéro)

## L' hypothèse **alternative**: $H_1$ du test de Student bilatéral

- **Il y a une** différence statistiquement significative entre les **moyennes** des deux sous-populations (la différence entre les deux moyennes n'est pas égale à zéro)

## Le test t de Student pour échantillons indépendants

- Etape 1. pour le test non directionnel (test t de Student bilatéral)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

- Etape 2. Statistique du test:

Deux possibilités: variances égales ou inégales.

Pour décider on doit appliquer un autre test (F – Fisher), pour comparer les variances (voir ce cours)

### a) Cas des variances inconnues et inégales

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$n_1, n_2$  = les tailles des échantillons

$m_1, m_2$  = moyennes des échantillons;

$S_1^2, S_2^2$  = les variances d'échantillonnage

# Le test t de Student: pour échantillons indépendants

- **Etape 2.**

**b) Cas des variances inconnues et égales:**

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$$

ou la variance d'échantillonnage commune est donnée par:

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- **Etape 3.**

$\alpha = 0,05$  ( ou  $\alpha = 0,01$ ,  $\alpha = 0,001$ );

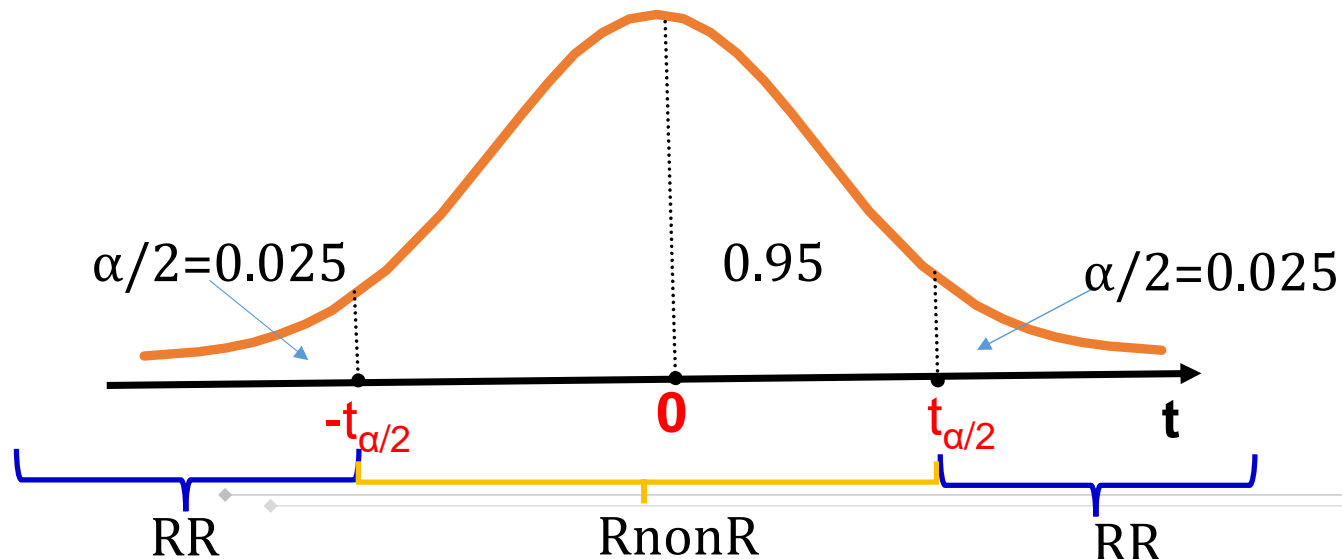
# Le test de Student: échantillons indépendants

- **Etape 3.**

$\alpha = 0,05$  ( ou  $\alpha = 0,01$ ,  $\alpha = 0,001$ );

- **Etape 4. Région de rejet (RR)**

$$RR = \left( -\infty; -t_{n_1+n_2-2, \frac{\alpha}{2}} \right] \cup \left[ t_{n_1+n_2-2, \frac{\alpha}{2}}; \infty \right)$$





# Le test t de Student pour échantillons indépendants

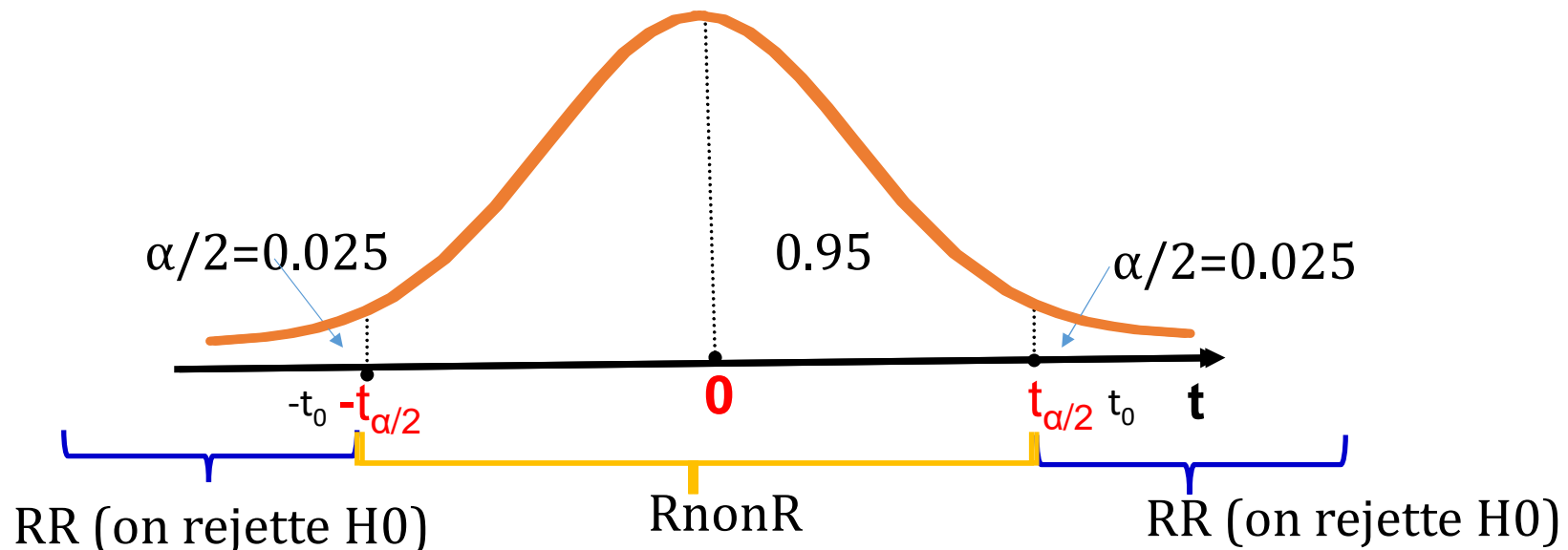
- **Etape 5.**

- On calcule la valeur calculée de la statistique du test (notée par  $t_{\text{observé}}$ )

- **Etape 6.**

Si  $t_{\text{observé}} = t_0 \in \text{RR}$  donc **on rejette  $H_0$  alors nous sommes en faveur du  $H_1$**

Si  $t_{\text{observé}} = t_0 \notin \text{RR}$  ( donc  $t_{\text{observé}} = t_0 \in \text{RnonR}$ )  **$H_0$  NE peut être pas rejetée.**



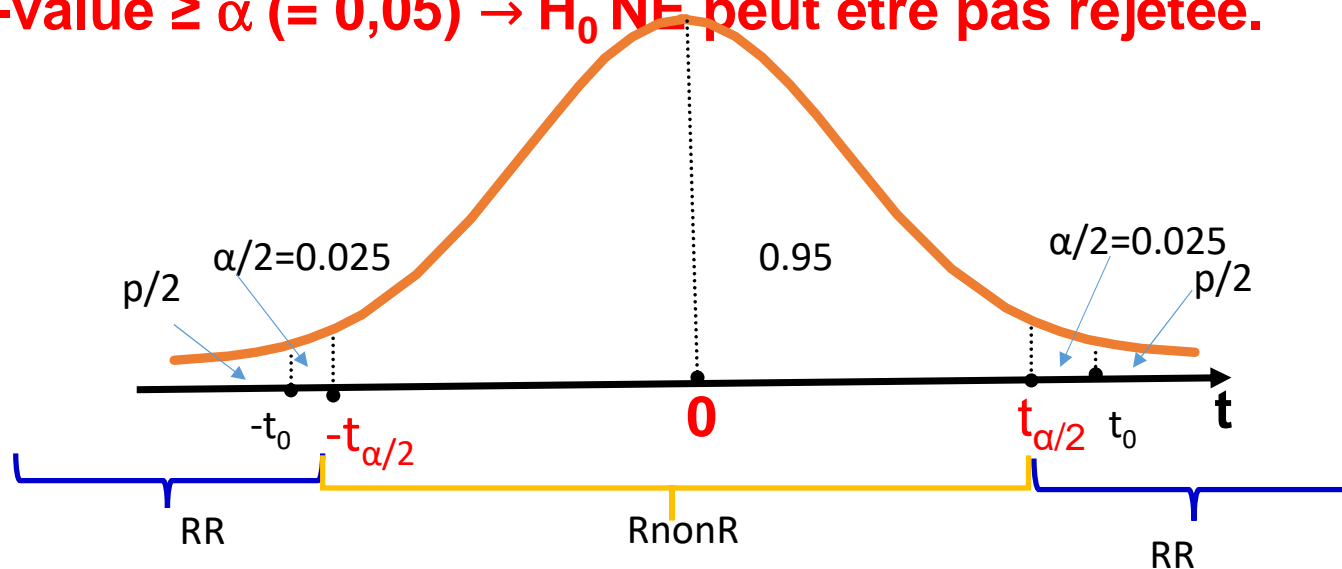
# Le test de Student: échantillons indépendants

- **Etape 6'**. Prend la décision avec **p-value (p-valeur)**.

p-value = **niveau de signification estimé** = probabilité d'obtenir, quand  $H_0$  est supposée vrai, un résultat pour la statistique du test plus extrême que le résultat observé

**Si  $p\text{-value} < \alpha (= 0,05)$  → on rejette  $H_0$  alors nous sommes en faveur du  $H_1$**

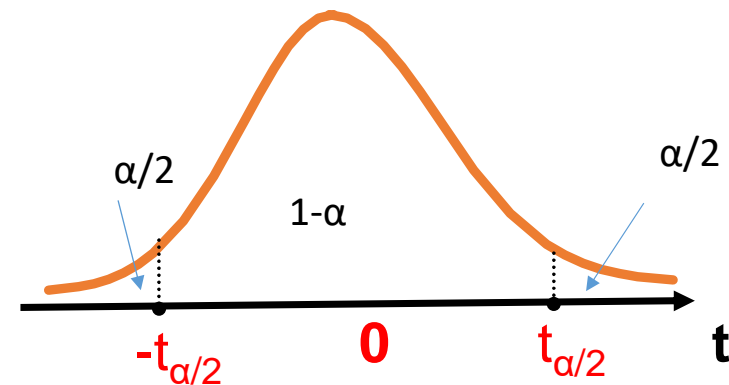
**Si  $p\text{-value} \geq \alpha (= 0,05)$  →  $H_0$  NE peut être pas rejetée.**



# Table de la loi de Student

t	$\alpha=0,05$
df=11	2,20

	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005	1-Tail Alpha
df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	2-Tail Alpha
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192	
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991	
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240	
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103	
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688	
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	5.0413	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.4370	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405	
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.0150	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.8834	



Test bilatéral (2-tail):

$\alpha=0.05$  et  $df=11 \rightarrow$

Valeur critique  $t_{\alpha/2, df} = t_{0.025, df} = 2,20$

<http://statcalculators.com/students-t-distribution-table/>

## Exemple: test t de Student échantillons indépendants avec des variances inégales

- évaluation de l'hypersensibilité dentinaire après une période d'usage quotidien de 2 dentifrices pour dents sensibles (A et B) sur une population des adultes.
- sensibilité de la dentine mesurée par une échelles VAS (analogiques visuelles) ayant des scores compris entre 0-100: 0 = pas de douleur, 100 = douleur intense.
- deux échantillons: group A (32 patients qui utilisent la dentifrice A ) et de group B (38 patients qui utilisent B)
- group A:  $m_1=22,54$  et  $S_1=2,21$  et group B:  $m_2=20,04$  et  $S_2=4,21$
- Les deux échantillons ont été avec données normalement distribuées.
- Un test F a montré que les variances des scores VAS sont inégales.
- **Question de recherche: Au risque de 5%, on peut affirmer qu'il y a une différence statistiquement significative entre les scores moyen de VAS chez les patients qui utilisent la dentifrice A et ceux qui utilisent la dentifrice B?**

**Exemple: test t de Student**  
**échantillons indépendants avec des variances inégales**

- **Le choix du test:** obs. indep.; VAS score=variable quantitative continue; distribution normale; variances des populations inconnues et inégales; => le test t pour échantillons indépendants avec variances inégales

**Etape 1.**

- le test non directionnel :  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$     $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$   
 $n_1, n_2$  = les tailles des échantillons;  
 $m_1, m_2$  = moyennes des échantillons;  
 $S_1, S_2$  - les déviations standard d'échantillonnage

**Etape 2.**

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

**Etape 3.**

$\alpha = 5\% (=0,05)$

**Etape 4.**

$$RR = (-\infty; -1.995] \cup [1.995; \infty)$$

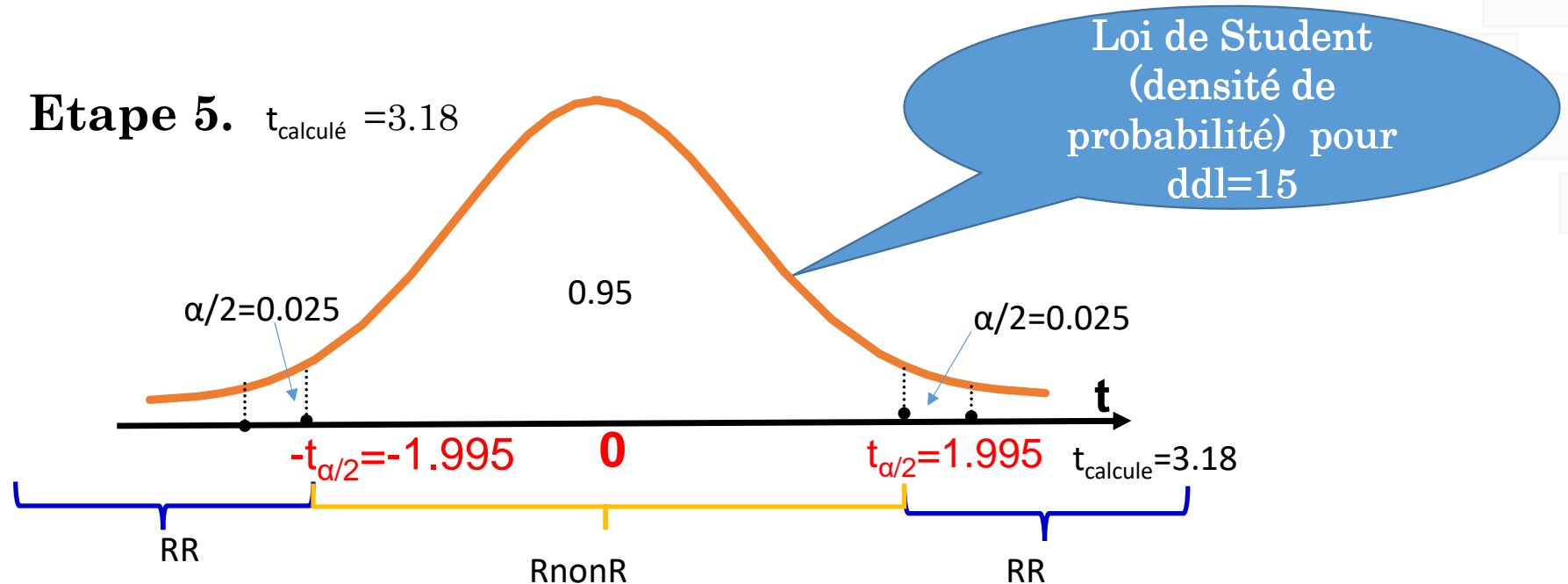
**Etape 5.**

$$t_c = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{22,54 - 20,04}{\sqrt{\frac{2,21^2}{32} + \frac{4,21^2}{38}}} = 3,18$$

La valeur critique du t = la valeur à partir de laquelle on peut rejeter  $H_0$  avec le seuil de significativité  $\alpha$ , ddl =  $n_1 + n_2 - 2 = 68$

## Exemple: test t de Student pour échantillons indépendants avec des variances inégales

- **Etape 5.**  $t_{\text{calculé}} = 3.18$



- **Etape 6**  $t_{\text{calculé}} = 3.18 \in \text{RR}$ , on rejette  $H_0 \rightarrow H_1$   
(décision statistique) donc il y a une différence statistiquement significative entre les scores moyens de VAS pour les deux sous-populations.

## Exemple: test t de Student échantillons indépendants avec des variances égales

- Exemple: évaluation de l' 'hypersensibilité dentinaire après une certaine période d'usage quotidien de 2 dentifrices (A et B) sur une population des adultes.
- sensibilité de la dentine mesurée par une échelles VAS (analogiques visuelles) ayant des scores compris entre 0-100: 0 = pas de douleur, 100 = douleur intense.
- deux échantillons: group A (32 patients qui utilisent la dentifrice A ) et de group B (38 patients qui utilisent B)
- group A:  $m_1=22,54$  et  $S_1=2,21$  et group B:  $m_2=21,04$  et  $S_2=2,30$
- Les deux échantillons ont été avec données normalement distribuées.
- Un test F a montré que les variances sont égales.
- **Question de recherche: Au risque de 5%, on peut affirmer qu'il y a une différence statistiquement significative entre le scores VAS chez les patients qui utilisent les dentifrices A et B?**

# Exemple: test t de Student: échantillons indépendants avec des variances égales

- **Le choix du test:** obs. indep.; VAS score=variable quantitative continue; distribution normale; variances des populations inconnues et égales; => le test t pour échantillons indépendants avec variances égales

test **bilatéral**:  $H_0: \mu_1 = \mu_2$   $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

- **Etape 1**  $n_1, n_2$  = les tailles des échantillons;  
 $m_1, m_2$  = moyennes des échantillons;  
 $S^2$  = la variation d'échantillonnage

- **Etape 2.**  $\alpha = 5\% (=0.05)$

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$$

$$S^2 = \frac{(32 - 1) \times 2.21^2 + (38 - 1) \times 2.30^2}{68} = 5.10$$

- **Etape 3.**

$$RR = (-\infty; -1.995] \cup [1.995; \infty)$$

- **Etape 4.**

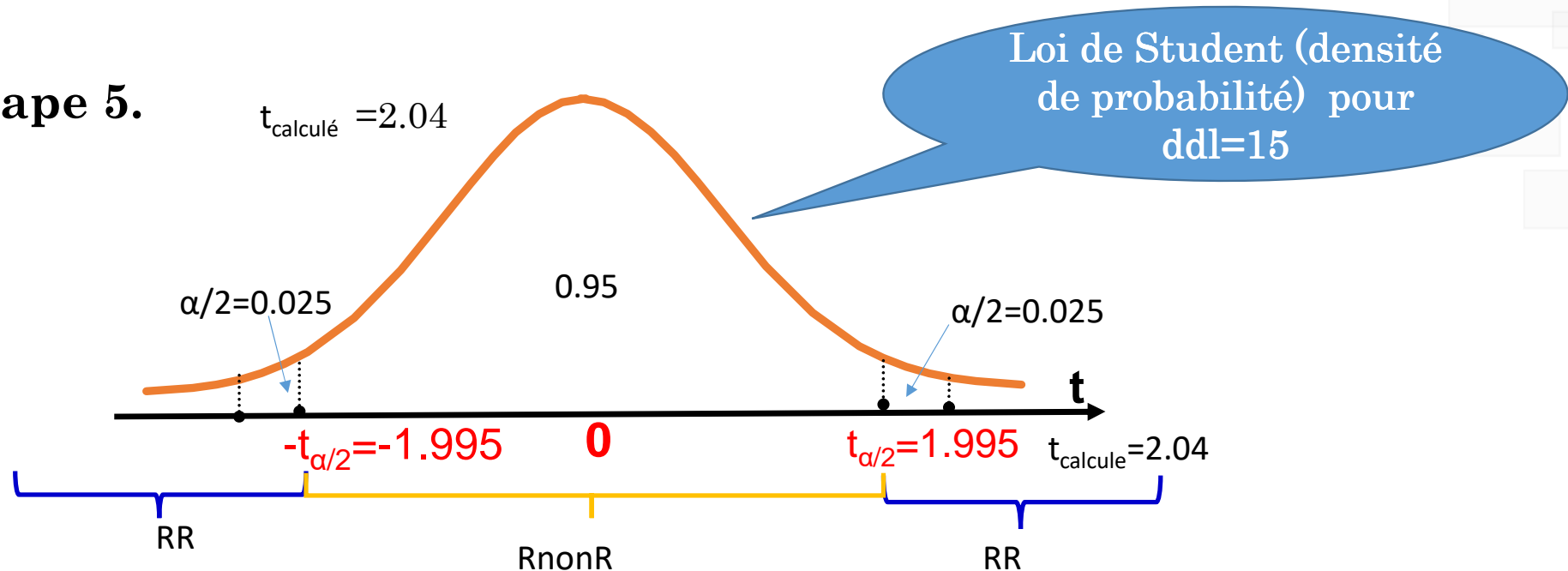
$$t_c = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}} = \frac{22.54 - 21.04}{\sqrt{\frac{5.10^2}{32} + \frac{5.10^2}{38}}} = 2.04$$

- **Etape 5.**



## Exemple: test t de Student pour échantillons indépendants avec des variances égales

- **Etape 5.**



- **Etape 6**  
(décision statistique)

$t_{calculé} = 2.04 \in RR$ , on rejette  $H_0 \rightarrow H_1$   
donc il y a une différence statistiquement significative entre les scores moyens de VAS pour les deux sous-populations.

# Le Test Student-t pour échantillons pairées

- **Objectif:** comparaison des moyennes d'une des variable quantitative continue des échantillons dépendants (appariées)
- **Conditions d'application:**
  - observations indépendants dans chaque échantillon
  - échantillons dépendants (appariées)
  - variable quantitative
  - les données sont normalement distribuées
  - les variances des observations sont inconnues
  - Le nombre des observations  $< 30$  ou  $\geq 30$

## L'hypothèse **nulle**: $H_0$

- **Il n'y a pas** de différence statistiquement significative entre les moyennes des deux sous populations ou entre la moyenne de la variable mesurée dans deux occasions sur la population d'intérêt.

## L'hypothèse **alternative**: $H_1$ pour le test non directionnel

- **Il y a pas** une différence statistiquement significative entre les moyennes des deux sous populations ou entre la moyenne de la variable mesurée dans deux occasions sur la population d'intérêt.

# Le Test Student-t: données paires

- **Etape 1.**

pour le test non directionnel

$H_0 : \bar{d} = 0$  la différence=0

$H_1 : \bar{d} \neq 0$

- **Etape 2.**

**Statistique du test**

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

- $n$  = taille de l'échantillon
- $\bar{d}$  = moyenne des différences;
- $S^2$  = la variance d'échantillonnage des différences

- **Etape 3.**

$\alpha = 0,05$

( ou  $\alpha = 0,01$ ,  $\alpha = 0,001$ );

- **Etape 4. d.d.l = n - 1**

$$RR = \left( -\infty; -t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \right] \cup \left[ t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}; \infty \right)$$

- **Etape 5.**

la valeur calculée de la statistique du test

- **Etape 6.**

Si  $t_{\text{calculé}} \in RR$  donc on rejette  $H_0 \Rightarrow H_1$

( dans le cas contraire, on ne peut pas rejeter  $H_0$  )

## Exemple: Test Student-t pour données pairées

- Objectif: l'utilisation de la dentifrice A pour 3 mois modifie la sensibilité dentaire chez les personnes adultes?
- Sur un échantillon de 10 adultes;
- On mesure la sensibilité de la dentine par une échelle VAS (analogique visuelle) de deux fois par individu (avant l'utilisation de la dentifrice A et après 3 mois de l'utilisation)
- On suppose que les scores de VAS suivent une loi normale dans la population dont sont issus ces 10 patients
- On a obtenu les résultats suivants:

Patients	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Avant	73	67	83	52	74	86	68	70	65	66
Après	65	61	46	33	59	62	71	61	65	70

Question de recherche:

formulation simplifiée: Est-ce qu'il y a une différence statistiquement significative entre les moyennes de VAS après 3 mois d'utilisation de la dentifrice A?

Formulation plus précise: Est-ce que la moyenne des différences entre les valeurs de VAS avant et après l'utilisation de la dentifrice A est statistiquement significative différente de 0?

## Exemple: Test Student-t pour données pairées

- **Le choix du test:** 10 obs. indep.; le VAS=variable quantitative continue; distribution normale; on compare des données avant et après l'utilisation de la dentifrice=> le test t pour échantillons dépendants ou pairées

- **Etape 1.** test bilatéral

$$H_0: \bar{d} = 0$$

$$H_1: \bar{d} \neq 0$$

- **Etape 2. Statistique du test**

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

○ n = taille de l'échantillons

○  $\bar{d}$  = moyenne des différences;

○  $S^2$  = la variance d'échantillonnage des différences

Patients	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Avant	73	67	83	52	74	86	68	70	65	66
Après	65	61	46	33	59	62	71	61	65	70
Differences	8	6	37	19	15	24	-3	9	0	-4

## Le test Student-t: données pairées

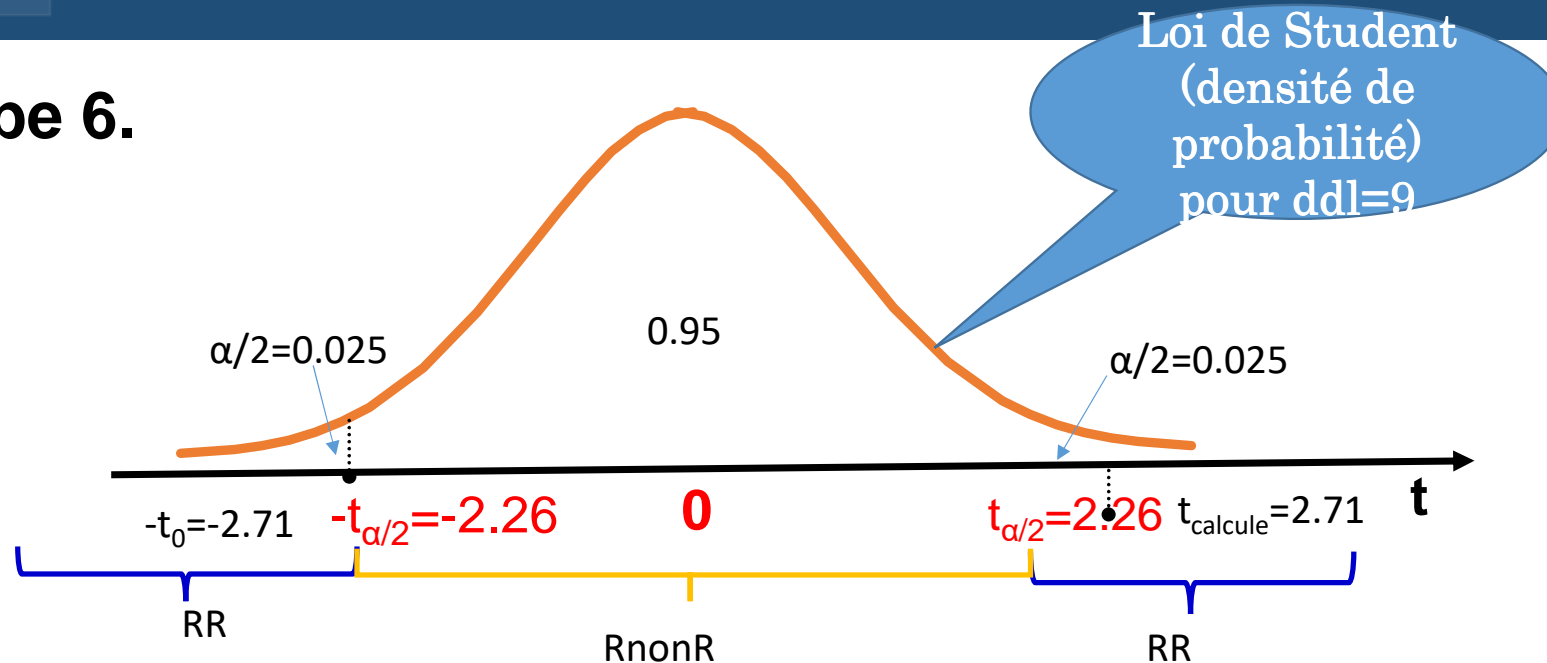
- Etape 3:  $\alpha = 0,05$
- Etape 4:

$$RR = (-\infty, -t_{9; 0,025}] \cup [t_{9; 0,025}, +\infty)$$
$$RR = (-\infty, -2,262] \cup [2,262, +\infty)$$

- Etape 5.

$$t_{\text{observé}} = \frac{\frac{11,1}{12,93}}{\sqrt{10}} = 2,71$$

- **Etape 6.**



**Décision du test:**  $t_{\text{calculé}} \in \text{RR}$  donc on rejette  $H_0 \Rightarrow H_1$  donc la moyenne des scores VAS avant de l'utilisation

de la dentifrice A est statistiquement différente de la moyennes des scores VAS après l'utilisation de la dentifrice sur la population des adultes.

# Tests non paramétriques

- Si la variable étudiée n'a pas une distribution normale (gaussienne), on peut utiliser:
  - le test non paramétrique de Mann-Whitney U
    - (échantillons indépendants);
  - le test non paramétrique de Wilcoxon pour échantillons dépendants / appariées
    - (échantillons dépendants = pairés)
- Principe:
  - on ordonne les valeurs,
  - puis on remplace les valeurs par leurs rangs.
- les tests font la comparaison des rangs entre les 2 échantillons.



# Le Test F de Fisher pour échantillons indépendants

- **Objectif:** comparaison des **variances** des variables quantitative continue dans 2 échantillons indépendants.

- **Conditions d' application:**

- les observations sont indépendants
- 2 échantillons indépendants
- variable quantitative
- les données sont normalement distribuées
  - (dans les deux populations).

**L' hypothèse nulle:  $H_0$**

- **Il n'y a pas** de différence entre les variances des deux sous populations

**L' hypothèse alternative:  $H_1$  pour le test non directionnel**

- **Il y a une** différence entre les variances des deux sous populations

Il y a aussi autres tests pour comparer les variances, plus robustes que le test F: le test Bartlett, ou le test Levene

# Les étapes du test F

## • Etape 1.

pour le test non directionnel

$$\begin{array}{l} H_0 : \\ H_1 : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \right.$$

## Etape 2.

Statistique du test:

$$F = \begin{cases} \frac{S_2^2}{S_1^2}, \text{ pour } S_2^2 > S_1^2 \\ \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ pour } S_1^2 > S_2^2 \end{cases}$$

- $S_1^2, S_2^2$  = les variances d'échantillonnage
- suit la loi de Fisher avec
- $(n_2-1, n_1-1)$ , ou  $(n_1-1, n_2-1)$
- degrés de liberté

## • Etape 3.

$\alpha = 0,05$

( ou  $\alpha = 0,01, \alpha = 0,001$ );

## • Etape 4. $v_1 = n_1 - 1, v_2 = n_2 - 1$ d.d.l

$$RR = [F_{v_1, v_2, \alpha}; \infty)$$

- Ou est troué dans la table du distribution Fisher  $(n_2 - 1, n_1 - 1)$ , ou
  - $(n_1 - 1, n_2 - 1)$  degrés de liberté (d.d.l)
- (voir cours Variables aléatoires)

## • Etape 5.

Calculer la valeur de la statistique du test

## • Etape 6.

Si  $F_c \in RR$  on rejette  $H_0$    $H_1$   
( dans le cas contraire, on NE rejette pas  $H_0$  )

## Les étapes du test F

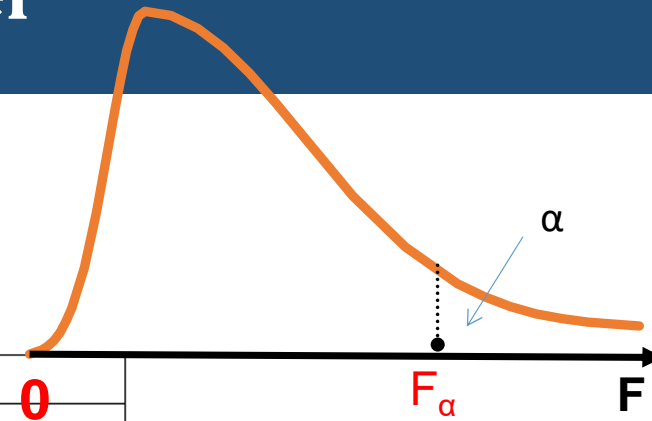
- **Etape 6'**. Prend la décision avec **p-value (p-valeur)**.  
p-value = **niveau de signification observé/estimé**
  - Si  $p\text{-value} < \alpha (= 0,05)$ , on rejette  $H_0$  alors nous sommes en faveur du  $H_1$
  - Si  $p\text{-value} \geq \alpha (= 0,05)$  alors  $H_0$  NE peut être pas rejetée.

# La Loi de Fisher

F	$\alpha=0,05$
df <sub>numérateur</sub> =v <sub>1</sub> =4; df <sub>dénominateur</sub> =v <sub>2</sub> =5;	9,36

F Distribution critical values for P=0.05

F Distribution critical values for P=0.05														
Denominator DF	Numerator DF													
	1	2	3	4	5	7	10	15	20	30	60	120	500	1000
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	236.77	241.88	245.95	248.01	250.10	252.20	253.25	254.06	254.19
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.353	19.396	19.429	19.446	19.462	19.479	19.487	19.494	19.495
3	10.128	9.5522	9.2766	9.1172	9.0135	8.8867	8.7855	8.7028	8.6602	8.6165	8.5720	8.5493	8.5320	8.5292
4	7.7086	6.9443	6.5915	6.3882	6.2560	6.0942	5.9644	5.8579	5.8026	5.7458	5.6877	5.6580	5.6352	5.6317
5	6.6078	5.7862	5.4095	5.1922	5.0504	4.8759	4.7351	4.6187	4.5582	4.4958	4.4314	4.3985	4.3731	4.3691
7	5.5914	4.7375	4.3469	4.1202	3.9715	3.7871	3.6366	3.5108	3.4445	3.3758	3.3043	3.2675	3.2388	3.2344
10	4.9645	4.1028	3.7082	3.4780	3.3259	3.1354	2.9782	2.8450	2.7741	2.6996	2.6210	2.5801	2.5482	2.5430
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7066	2.5437	2.4035	2.3275	2.2467	2.1601	2.1141	2.0776	2.0718
20	4.3512	3.4928	3.0983	2.8660	2.7109	2.5140	2.3479	2.2032	2.1241	2.0391	1.9463	1.8962	1.8563	1.8498
30	4.1709	3.3159	2.9223	2.6896	2.5336	2.3343	2.1646	2.0149	1.9317	1.8408	1.7396	1.6835	1.6376	1.6300
60	4.0012	3.1505	2.7581	2.5252	2.3683	2.1666	1.9927	1.8365	1.7480	1.6492	1.5343	1.4672	1.4093	1.3994
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4473	2.2898	2.0868	1.9104	1.7505	1.6587	1.5544	1.4289	1.3519	1.2804	1.2674
500	3.8601	3.0137	2.6227	2.3898	2.2320	2.0278	1.8496	1.6864	1.5917	1.4820	1.3455	1.2552	1.1586	1.1378
1000	3.8508	3.0047	2.6137	2.3808	2.2230	2.0187	1.8402	1.6765	1.5811	1.4705	1.3318	1.2385	1.1342	1.1096



## Exemple: test de Fisher (test F) pour deux échantillons indépendants

- évaluation de l'hypersensibilité dentinaire après une période d'usage quotidien de 2 dentifrices pour dents sensibles (A et B) sur une population des adultes.
- sensibilité de la dentine mesurée par une échelles VAS (analogiques visuelles) ayant des scores compris entre 0-100: 0 = pas de douleur, 100 = douleur intense.
- deux échantillons: group A (31 patients qui utilisent la dentifrice A ) et de group B (21 patients qui utilisent B)
- group A:  $m_1=22,54$  et  $S_1=2,21$  et group B:  $m_2=20,04$  et  $S_2=4,21$
- Les deux échantillons ont été avec données normalement distribuées.
- **Question de recherche: Au risque de 5%, on peut affirmer qu'il y a une différence statistiquement significative entre les variances des scores de VAS chez les patients qui utilisent la dentifrice A et ceux qui utilisent la dentifrice B?**
- **Vérification des conditions d' application du test F:**
  - les observations sont indépendants
  - 2 échantillons indépendants
  - variable quantitative; les données sont normalement distribuées

## Exemple: test F

- $n_1 = 31$ ;  $n_2 = 21$
- $m_1 = 22,54$ ;  $m_2 = 20,04$
- $S_1 = 2,21$ ;  $S_2 = 4,21$

- **Etape 1.**  
 $H_0 :$   
 $H_1 :$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \right.$$

**Etape 2.**

**Statistique du test:**

$$F = \begin{cases} \frac{S_2^2}{S_1^2}, \text{ pour } S_2^2 > S_1^2 \\ \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ pour } S_1^2 > S_2^2 \end{cases}$$

- $S_1^2, S_2^2$  = les variances d'échantillonnage
- suit la loi de Fisher avec  $(n_2 - 1, n_1 - 1)$ , ou  $(n_1 - 1, n_2 - 1)$  d.d.l
- 

- **Etape 3.**

$$\alpha = 0,05$$

( ou  $\alpha = 0,01, \alpha = 0,001$ );

- **Etape 4.**  $v_1 = n_1 - 1, v_2 = n_2 - 1$  d.d.l

$$RR = [F_{v_1, v_2, \alpha}; \infty) = [1.93; \infty)$$

- La quantile F est trouvé dans le tableau du distribution Fisher  $(n_2 - 1, n_1 - 1)$ , ou  $(n_1 - 1, n_2 - 1)$  degrés de liberté

- **Etape 5.**

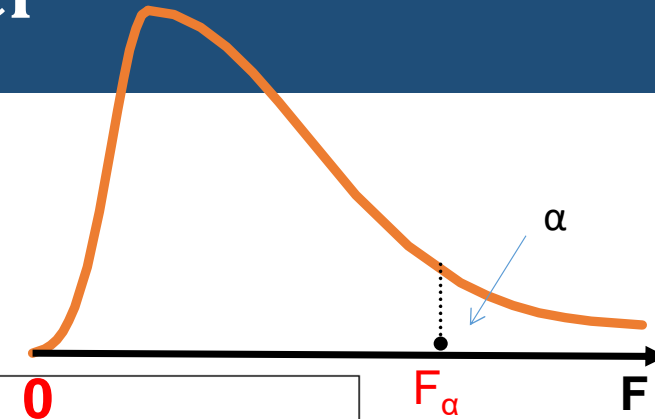
$$F_{\text{calculé}} = 17.72 / 4.88 = 3.63$$

- **Etape 6.**

$F_{\text{calculé}} \in RR$  on rejette  $H_0$ , donc on les variances des scores de VAS dans les deux sous populations sont significativement différentes.

# La Loi de Fisher

F	$\alpha=0,05$
df <sub>numérateur</sub> =v <sub>1</sub> =20; df <sub>dénominateur</sub> =v <sub>2</sub> =30;	1.93



DF	Numerator DF													
	1	2	3	4	5	7	10	15	20	30	60	120	500	1000
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	236.77	241.88	245.95	248.01	250.10	252.20	253.25	254.06	254.19
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.353	19.396	19.429	19.446	19.462	19.479	19.487	19.494	19.495
3	10.128	9.5522	9.2766	9.1172	9.0135	8.8867	8.7855	8.7028	8.6602	8.6165	8.5720	8.5493	8.5320	8.5292
4	7.7086	6.9443	6.5915	6.3882	6.2560	6.0942	5.9644	5.8579	5.8026	5.7458	5.6877	5.6580	5.6352	5.6317
5	6.6078	5.7862	5.4095	5.1922	5.0504	4.8759	4.7351	4.6187	4.5582	4.4958	4.4314	4.3985	4.3731	4.3691
7	5.5914	4.7375	4.3469	4.1202	3.9715	3.7871	3.6366	3.5108	3.4445	3.3758	3.3043	3.2675	3.2388	3.2344
10	4.9645	4.1028	3.7082	3.4780	3.3259	3.1354	2.9782	2.8450	2.7741	2.6996	2.6210	2.5801	2.5482	2.5430
15	4.5431	3.6823	3.2874	3.0556	2.9013	2.7066	2.5437	2.4035	2.3275	2.2467	2.1601	2.1141	2.0776	2.0718
20	4.3512	3.4928	3.0983	2.8660	2.7109	2.5140	2.3479	2.2032	2.1241	2.0391	1.9463	1.8962	1.8563	1.8498
30	4.1709	3.3159	2.9223	2.6896	2.5336	2.3343	2.1646	2.0149	1.9317	1.8408	1.7396	1.6835	1.6376	1.6300
60	4.0012	3.1505	2.7581	2.5252	2.3683	2.1666	1.9927	1.8365	1.7480	1.6492	1.5343	1.4672	1.4093	1.3994
120	3.9201	3.0718	2.6802	2.4473	2.2898	2.0868	1.9104	1.7505	1.6587	1.5544	1.4289	1.3519	1.2804	1.2674
500	3.8601	3.0137	2.6227	2.3898	2.2320	2.0278	1.8496	1.6864	1.5917	1.4820	1.3455	1.2552	1.1586	1.1378
1000	3.8508	3.0047	2.6137	2.3808	2.2230	2.0187	1.8402	1.6765	1.5811	1.4705	1.3318	1.2385	1.1342	1.1096

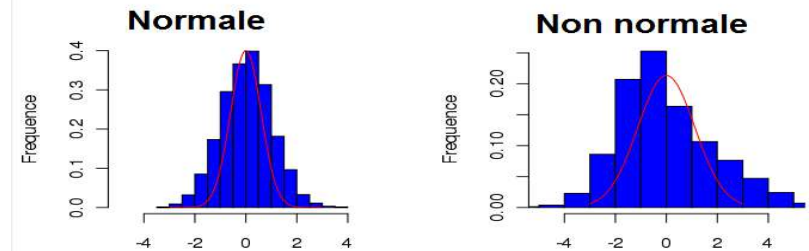
# Vérification de la condition de normalité des données

## Utilité:

- Importante pour appliquer des test paramétriques, avec condition de normalité:
  - Test Student-t
  - Test ANOVA

## Modalités de vérification (ici, conditions de normalité):

- **des graphiques (les meilleures) modalités**
  - Histogramme (symétrique, comme un chapeau)
  - Boite à moustaches (symétrique autour de la médiane)
  - Le graphique des quantiles (voir diapositive suivant)
- **des statistiques descriptives (pas très fiables)**
  - Si la moyenne est  $\approx$  médiane
  - Si le coefficient de l'aplatissement  $\approx 0$  / appartient à  $[-1, 1]$  (kurtosis)
  - Si le coefficient de symétrie  $\approx 0$  / appartient à  $[-1, 1]$  (skewness)
- **des tests de normalité: (ne sont pas recommandés)**
  - Test de Kolmogorov-Smirnov
  - Test de Shapiro-Wilk ( $p < 0,05$  – non normale,  $p \geq 0,05$  normale)

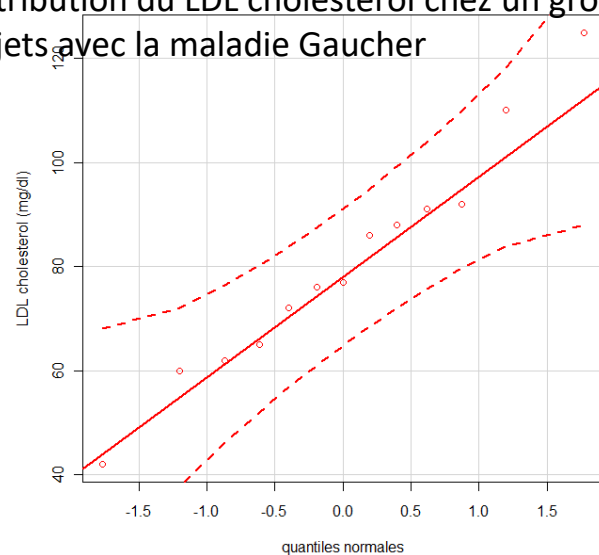




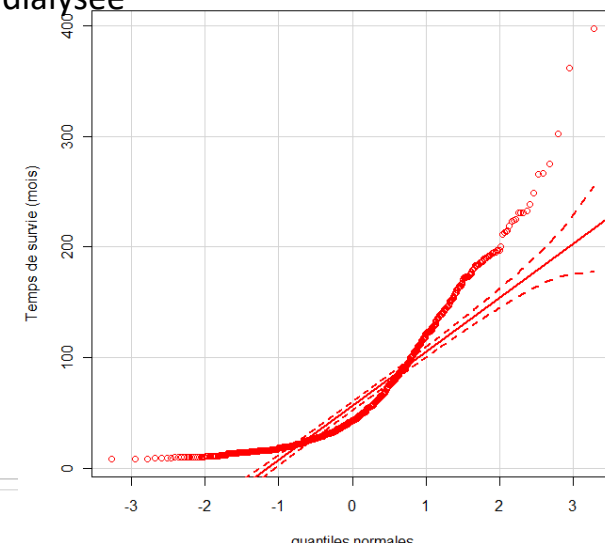
# Vérification de la condition de normalité des données

- **Graphique des quantiles – permet de comparer deux distributions**
  - On peut comparer la distributions de la série des données observées (les points) avec un distribution théorique normale (la ligne)
  - Si les points sont sur la ligne – distribution approximative normale
  - Si les points s'éloigne de la ligne – distribution non normale
- La meilleur façon d'évaluer la normalité des données

La distribution du LDL cholestérol chez un group des sujets avec la maladie Gaucher



Le temps de survie pour un group des sujets dialysée



# Comparaison des données normale/non normale distribuées

## ● Normale

moyenne  $\approx$  médiane

( $= -0,03$   $= 0,015$ )

c. asymétrie = 0,11

appartient à  $[-1, 1]$ ,  $\approx 0$

c. aplatissement = -0,09

appartient à  $[-1, 1]$ ,  $\approx 0$

Shapiro-Wilk test

$p = 0,99 > 0,05$

## ● Non normale

moyenne  $\neq$  médiane

( $= 1,57$   $= 0,98$ )

c. asymétrie = 5,59

$> 1$ ,  $< 0$

c. aplatissement = 40,63

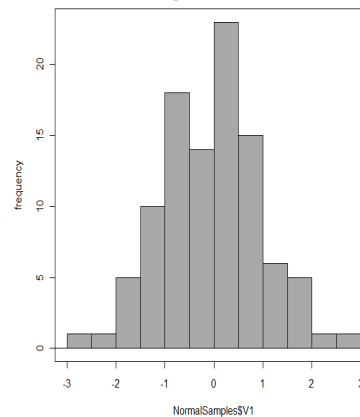
$> 1$ ,  $< 0$

Shapiro-Wilk test

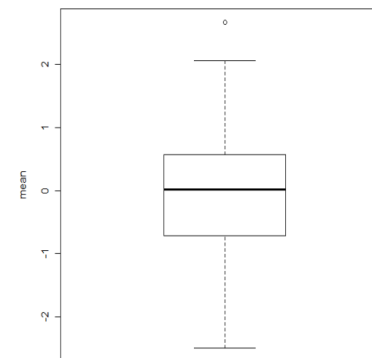
$p \approx 0 < 0,05$

24/11/2022

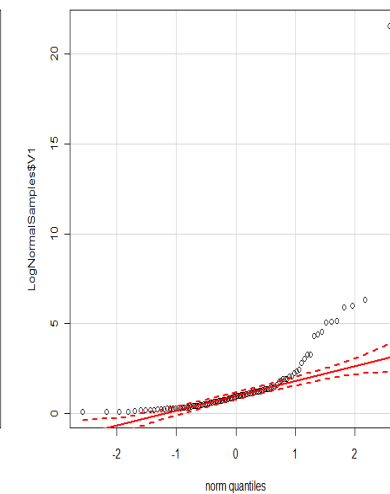
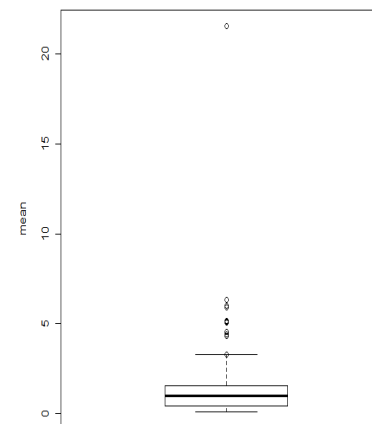
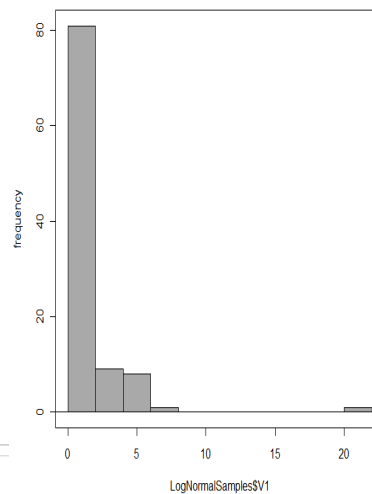
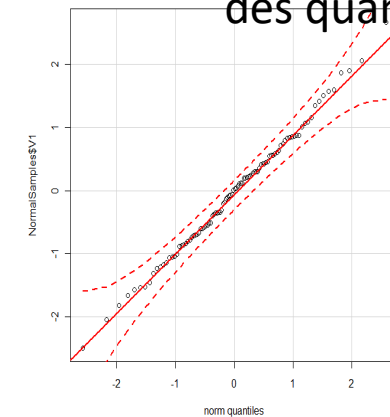
Histogramme



Boite à moustaches



Le graphique des quantiles



# Le test ANOVA

On considère  $p$  échantillons indépendants avec les moyennes  $m_1, \dots, m_p$

## Ex. Données:

- On veut comparer la douleur après 3 interventions ( $p=3$ ) (placebo, dose analgésique réduite, dose importante)

La douleur est considéré = 0 – sans douleur, = 10 – douleur très forte

## 1. Hypothèses:

- $H_0$ : les moyennes  $m_1, \dots, m_p$ 
  - ne sont pas significativement différents
- $H_1$ : les moyennes  $m_1, \dots, m_p$ 
  - sont significativement différents

2. Le **paramètre statistique**  $F$  du test suit la loi de Fisher (voir cours variable aléatoires)

Ex. structure fichier Excel

Group	Douleur
dose importante	1
dose importante	3
dose importante	0
dose importante	2
dose importante	1
dose réduite	3
dose reduite	4
dose réduite	2
dose reduite	5
dose réduite	4
placebo	7
placebo	8
placebo	6
placebo	9
placebo	8

# Le test ANOVA

3. Le niveau de signifiante  $\alpha = 0,05$

4. Les valeurs critiques et la région du rejet:

- On trouve dans la table de la distribution de Fisher la valeur critique F (voir le cours variables aléatoires), pour un  $\alpha = 0,05$ , avec
  - $v_1$  (nombre échantillons - 1) degrés de liberté =  $3 - 1 = 2$ ,
  - $v_2$  (nombre observations - nombre échantillons) =  $(15 - 3) = 12$  d.d.l.  $\Rightarrow$  **RR=[3,88,  $+\infty$ )**

5. Calculer la valeur de la statistique du test:  $F_0$

6. la décision statistique en fonction de la région du rejet :

Si  $F_{\text{observé}}$  appartient à  $RR = [F_{v_1, v_2, \alpha}, +\infty) \Rightarrow$  on rejette  $H_0$ .

la décision statistique en fonction de la valeur du p :

- Si  $p\text{-value} < \alpha (=0,05)$  on rejette  $H_0 \Rightarrow$  en faveur de  $H_1$
- Si  $p\text{-value} \geq \alpha (=0,05) \Rightarrow$  on ne peut pas rejeter  $H_0$

# Le test ANOVA

**Les conditions** pour appliquer le test:

- La normalité des données
  - On la vérifie avec
    - Voir les diapositif suivants
- L'égalité des variances
  - On la vérifie avec des tests d'égalité de variance:
    - Le **test Bartlet** ou **Levene**
      - Permet vérifier 2 ou plus groups
      - (similaire comme but a le test F pour comparer 2 variances)
      - Ex. Pour l'exemple avec les analgésiques, le test Levene obtenu dans le programme statistique R:

Levene test for homogeneity of variance

**p-value = 1**

$P > 0,05 \Rightarrow$  on ne peut pas dire qu'il y a une différence statistiquement  
signifiante entre les variances des groupes  $\Rightarrow$  on peut utiliser le test ANOVA

# Le test ANOVA

**Si** la condition d'égalité de variance **n'est pas satisfaite** on utilise

- Le test ANOVA de Welch
- ou Brown Forsyth pour variances inégales

**Si** les conditions de normalité **ne sont pas satisfaites** on utilise  
l'équivalent non paramétrique du test ANOVA: le test Kruskal-Wallis  
(voir cours tests nonparametriques)

## Le test ANOVA: tests a posteriori pour comparer chaque 2 moyennes des échantillons entre eux

- Le test ANOVA nous aide de décider s'il y a une différence **entre toutes les moyennes** des groupes qu'on compare.
- Si on rejette  $H_0$ , (si  $p < 0,05$  – la différence globale est présente)
  - pour voir s'il y a une différence entre les moyennes des chaque deux échantillons
    - Ex. 1 et 2,
      - 2 et 3,
      - 1 et 3
  - on doit utiliser des tests Post Hoc (après avoir utilisé ANOVA)
- Ex. Comparer la dose analgésique importante et réduite
  - Solution:
    - utiliser le test Student t pour échantillons indépendants, avec la correction Bonferroni
      - (il y a aussi autres types de corrections/post-hoc tests: **Tukey**, **Scheffe**, ...)

# Révision des tests utilisés

Tests statistiques pour comparer les variances entre deux échantillons						
Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet
Quantitative	Données normale distribuées		variances	Test F de Fisher, $v_1 = n_1$ d.d.l. $v_2 = n_2$ d.d.l.	$F = \begin{cases} \frac{S_2^2}{S_1^2}, \text{ pour } S_2^2 > S_1^2 \\ \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{ pour } S_1^2 > S_2^2 \end{cases}$	$\left[ F_{v_1, v_2, \alpha}, +\infty \right)$



# Révision des tests utilisés

Tests pour variables quantitatives - comparer la moyenne des deux échantillons

Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet – test bidirection
<b>Deux échantillons indépendants</b>						
Quantitative	$n_1, n_2 \geq$ ou $< 30$	Normale distribuées, Variances dans la population <b>inconnues</b> inégales	Différence des moyennes	Test t ( Student) $n_1 + n_2$ - 2 d.d.l.	$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	$(-\infty, -v.c.] \cup [v.c., +\infty)$
	$n_1, n_2 \geq$ ou $< 30$	Normale distribuées, Variances dans la population <b>inconnues</b> égales	Différence des moyennes	Test t ( Student) $n_1 + n_2$ - 2 d.d.l.	$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{S^2}{n_1} + \frac{S^2}{n_2}}}$ $S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	$(-\infty, -v.c.] \cup [v.c., +\infty)$
<b>Deux échantillons dépendants (pairees)</b>						
Quantitative	$n_1 = n_2 \geq$ ou $< 30$	Normale distribuées,	Moyenne des différences	Test t ( Student) $n - 1$ d.d.l.	$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$	$(-\infty, -v.c.] \cup [v.c., +\infty)$

(ou  $n, n_1, n_2$  - nombre des sujets;  $m, m_1, m_2$  - moyennes;  $s, s_1, s_2$  - déviations standard descriptive de l'échantillon;  $S, S_1, S_2$  - déviation standard d'échantillonnage;

$S = \sqrt{\frac{n}{n-1}} s$ ;  $s = \sqrt{\frac{n-1}{n}} S$ ;  $\sigma, \sigma_1, \sigma_2$  - déviation standard dans la population; pour  $\alpha=0,05$ ,  $Z_\alpha=1,96$ ; d.d.l. - degrés de liberté; v.c. - valeur critique)

# Récapitulatif des tests utilisés

Tests statistiques pour plus des deux échantillons (groups) indépendants						
Type variable	Nb sujets	Nature des données	Statistique comparée	Test utilise	Paramètre du test	Région du rejet
Quantitative		Normale distribuées, Variance des échantillons égaux	moyenne	Test ANOVA v1 = nb. groups – 1 v2 = nb. obs. – nb groups	$F = \frac{MCG}{MCE}$	$\left[ F_{v_1, v_2, \alpha, +\infty} \right)$
		Normale distribuées, Variance des échantillons inégaux	moyenne	ANOVA de Welch ou Brown Forsyth		
		Non normale distribuées	médiane	test Kruskal Wallis	-	-

L et C – nombres des lignes et des colonnes dans le tableau de contingence,  $f^o$  – fréquence observée,  $f^t$  – fréquence théorique; d.d.l. – degrés de liberté;

$$MCEG = [n_1 * (m_1 - mt)^2 + n_2 * (m_2 - mt)^2 + n_3 * (m_3 - mt)^2 + \dots] / (p-1)$$

$$MCDG = [(n_1-1) * DS_1^2 + (n_2-1) * DS_2^2 + (n_3-1) * DS_3^2 + \dots] / (n-p)$$

n=nombre total d'observations,  $n_1, n_2, n_3$  – le nombre d'observations par group, p – nombre des groups

mt – la moyenne des toutes les observations,  $m_1, m_2, m_3, \dots$  les moyennes par groups,  $DS_1, DS_2, DS_3, \dots$  déviations standard d'échantillonnage des groups

# Equivalences entre tests paramétriques et non paramétriques

Données	Nombre échantillons	Tests paramétriques	Tests non paramétriques
quantitatives	2 indépendants	Student (t) pour échantillons indépendants	Mann Whitney U (Wilcoxon somme des rangs)
	2 appariées (dépendants)	Student (t) pour échantillons appariées	Wilcoxon rangs signées (pour échantillons appariées)
	> 2 indépendants	ANOVA (pour variances égales) ou ANOVA de Welch ou Brown Forsyth (pour variances inégales)	Kruskal Wallis

# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test t pour des échantillons dépendants/ pairées

### Changes in Personality and Learning Styles for First Year Medical Students

Nicole J. Borges & Dean X. Parmelee

*Medical Science Educator* [Volume 21](http://www.iamse.org/artman/publish/article_611.shtml) : No. 3. IAMSE [http://www.iamse.org/artman/publish/article\\_611.shtml](http://www.iamse.org/artman/publish/article_611.shtml)

#### Abstract

Sixty-five **students** (62 response rate) **completed** the *Neuroticism, Extraversion, Openness to Experience Personality Inventory-Revised* and *Grasha-Reichmann Student Learning Styles Scale* **at the beginning and end of their first year of medical school**. Paired t-tests showed significant differences for 2 of 5 personality scales and 5 of 6 learning styles scales.

Personality and Learning Styles Scales	Pretest		Posttest		<i>t</i>	<i>p</i>
	Mean	SD	Mean	SD		
Neuroticism	85.32	20.70	88.91	23.95	-1.647	.104
Extraversion	122.92	19.15	118.12	18.50	3.415	.001*
Openness to Experience	121.25	18.99	121.31	19.11	-.052	.958
Agreeableness	125.29	19.85	126.02	19.19	-.675	.502
Conscientiousness	132.65	15.66	126.40	19.06	4.091	<.001*
Dependent	35.54	4.06	37.12	4.93	-3.110	.003*
Collaborative	37.60	5.72	35.38	5.61	3.652	.001*
Participant	38.25	4.15	36.18	4.32	3.674	<.001*
Avoidant	24.29	5.20	27.52	5.32	-5.511	<.001*
Independent	35.25	3.90	35.00	4.68	.506	.615
Competitive	27.03	5.91	24.98	6.24	2.926	.004*

**Table 1** Results of Paired t-tests for Pre and Post Comparison of Personality and Learning Styles  
\*Significant at  $p < .005$  level

# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test t pour des échantillons dépendants/ paires

### Interprétation du tableau dans l' étude

On observe que: ils comparent différents types des scores de personnalité (e.g. extraversion ...) (dans la première colonne), avec le test: paired t-test (dans le titre), pour voir des différences avant et après la première année (Pre and post comparaison – dans le titre du tableau; pour chaque variable quantitative – score de personnalité, on observe la moyenne - mean, déviation standard – SD – au début (pre) and à la fin de l'année (post), et le résultat du test t (P)

**Énoncez les hypothèses nulle et alternative**, pour le **test** qui vérifie s'il y a une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le **début** de l'année et à la **fin** de l'année en ce qui concerne niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

**H0 (hypothèse nulle):** il **n'y a pas** une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

**H1 (hypothèse alternative - test bilatéral):** il **y a** une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

**Écrivez le nom du test utilisé pour la comparaison:**

test t de Student pour échantillons dépendants/appariés (voir paired t-test dans le tableau).

# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test t pour des échantillons dépendants/ paires

**Interprétation du tableau dans l'étude**

**Ecrivez la valeur du P du test t** (voir la colonne P)

$p=0.001$

**Interpréter du point de vue statistique le résultat du test statistique t, et argumentez votre réponse**

Il y a une différence statistiquement significative entre les étudiants depuis le début de l'année et à la fin de l'année en ce qui concerne niveau niveau **moyenne du style collaboratif d'apprentissage**

parce que  $p=0.001 < \text{le niveau de signification de } 0.05$ . (on rejette l'hypothèse nulle)

**Ecrivez les valeurs de moyens et l'écart-type pour chaque groupe** (voir M – moyenne, SD – écart type/déviations standard)

avant (pretest – dans le tableau): moyenne = 37.60, écart type = 5.72

après (posttest– dans le tableau) : moyenne = 35.38, écart type = 5.61

**Ecrivez quel groupe a la moyenne du style collaboratif plus grande**

Le groupe avant (voir  $37.60 > 35.38$ )

# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test ANOVA et post hoc tests

Clinics (Sao Paulo). Mar 2014; 69(3): 198–202. doi: [10.6061/clinics/2014\(03\)10](https://doi.org/10.6061/clinics/2014(03)10)

### Depression in hemodialysis patients: the role of dialysis shift

Flavio Teles,<sup>1,\*</sup> Vega Figueiredo Dourado de Azevedo,<sup>1</sup> Claudio Torres de Miranda,<sup>11</sup> Milma Pires de Melo Miranda,<sup>11</sup> Maria do Carmo Teixeira,<sup>1</sup> and Rosilene M. Elias<sup>111</sup>

**OBJECTIVE:** Depression is the most important neuropsychiatric complication in chronic kidney disease because it reduces quality of life and increases mortality. Evidence demonstrating the association between dialysis shift and depression is lacking; thus, this study.

**METHOD:** This cross-sectional study included patients attending a hemodialysis program. Depression was evaluated using the Epworth Sleepiness Scale. Excessive daytime sleepiness was evaluated using the Epworth Sleepiness Scale.

**RESULTS:** A total of 96 patients were enrolled (55 male and 41 female patients, respectively). When comparing variables among patients in rural areas did not have a higher prevalence of depression ( $p=0.008$ ). Independent risk factors for depression were morning shift ( $p=0.0009$ ). The hospitalization risk of depression was higher in the morning shift ( $p=0.0009$ ).

3 échantillons

ANOVA

	Morning shift N=39	Afternoon shift N=37	Evening shift N=20	p-value
Age, years	47±14	48±15	50±5.3	0.71
Dialysis vintage, years	5.3±3.1	4.8±3.8	5.5±4.8	0.75
Unemployed, n (%)	35 (89.7)	34 (91.9)	16 (80)	0.38
Hemoglobin, g/dl	9.7±1.8	10.3±1.6	10.1±1.1	0.59

Excessive daytime sleepiness was evaluated using the Epworth Sleepiness Scale. 49% of the patients, excessive daytime sleepiness, although morning shift and the

**CONCLUSION:** This study highlights the need for further research on the role of dialysis shift in depression.

### Statistical analysis

The data are expressed as the mean±standard deviation (SD). For the statistical analysis and data description, patients were stratified according to dialysis shift (morning, afternoon, and evening). **Numerical variables** were submitted to the Kolmogorov-Smirnov test and **compared using ANOVA with a Bonferroni post-test.**

the results role.

# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test ANOVA et post hoc tests

### Interprétation du tableau dans l'étude

- On observe que: ils comparent différentes variables (variables quantitatives: âge, des années de dialyse, le niveau du hémoglobine - sur les lignes: « age », « dialisis vintate (years) », « hemoglobin »); pour trois moments de dialyse: le matin, l'après-midi, et le soir(sur les colonnes: « Morning», «Afternoon», « Evening »), on a le nombre des sujets par group, puis la moyenne et la deviation standard (apres le signe  $\pm$ ), et le résultat du test ANOVA – la valeur du P (P value)
- **Énoncez les hypothèses nulle et alternative**, pour le test qui vérifie s'il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge (voir dans le tableau la lignes pour « age »)
- **H0 (hypothèse nulle)**: il n'y a pas une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge
- **H1 (hypothèse alternative - test bilatéral)**: il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge
- **Écrivez le nom du test** utilisé pour la comparaison:

Le test ANOVA



# Exemples d'articles scientifiques avec tests statistiques

## Test ANOVA et post hoc tests

### Interprétation du tableau dans l'étude

Ecrivez la valeur du P du test (voir la colonne P)

- $p=0.71$

Interpréter du point de vue statistique le résultat du test statistique , et argumentez votre réponse

- On ne peut pas dire qu'il y a une différence statistiquement significative entre les trois moments de dialyse en ce qui concerne l'âge.
- parce que  $p=0.71$  est plus grand que le niveau de signification de 0.05 (on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle)

Interpréter du point de vue clinique les résultats:

- Ecrivez les moyennes d'âge pour chaque groupe

le matin: 47, l'après-midi: 48, et le soir: 50

- Ecrivez quel groupe a l'âge moyenne le plus grande

le soir (voir  $50 > 47$  ou  $48$ ) – mais les résultats ne sont pas sûrs – ne sont pas statistiquement significative

# Exemples des questions

**Scénario:** Regardez la table suivante (contenant des résultats partiels) depuis un article scientifique médical. Il décrit les caractéristiques de l'embolie pulmonaire chez les patients atteints de COVID-19. Répondez aux questions posées sur les diapositives suivantes:

	All (n=689)	No PE (n=637)	PE (n=52)	p value
Age (years)	67.3 ± 13.2	67.6 ± 13.4	63.8 ± 10.6	0.04
Male gender	487 (69.4)	437 (68.6)	41 (78.8)	0.12
BMI (kg/m <sup>2</sup> )	27.2 ± 5.3	27 ± 5.2	29.6 ± 6.3	0.003
Ever smoker	159 (27)	151 (27.7)	8 (18.6)	0.20
Hypertension	398 (56.9)	364 (57.6)	25 (48.1)	0.18
Dyslipidaemia	188 (27.5)	175 (27.7)	13 (25.0)	0.74
Diabetes	157 (23)	144 (22.8)	13 (25.0)	0.72
Heart failure	92 (13.5)	90 (14.2)	2 (3.8)	0.04
Atrial fibrillation	105 (15.4)	102 (16.1)	3 (5.8)	0.05
Coronary artery disease	143 (20.9)	137 (21.7)	6 (11.5)	0.08
COPD	67 (9.8)	64 (10.1)	3 (5.8)	0.31
Chronic kidney disease	127 (18.6)	123 (19.5)	4 (7.7)	0.04
ACEi/ARB therapy	133 (20.6)	123 (20.6)	10 (20.0)	0.91
Oral anticoagulant therapy	90 (14.1)	79 (13.5)	11 (21.6)	0.11
Direct oral anticoagulant	47 (7.4)	40 (6.8)	7 (13.7)	0.07
Vitamin K antagonist	48 (7.5)	43 (7.3)	5 (9.8)	0.52
Statin therapy	176 (27.2)	165 (27.7)	11 (21.6)	0.35
Fever (≥ 37.5 °C)	440 (64.1)	408 (64.3)	32 (62.7)	0.83
Respiratory rate ≥ 22/min	279 (52.0)	253 (50.8)	26 (66.7)	0.06
SBP (mmHg)	129.6 ± 21.5	129.7 ± 21.4	129.2 ± 22.4	0.89
Heart rate (bpm)	86.6 ± 18.1	86.3 ± 18.2	90.7 ± 15.9	0.09
Oxygen saturation (%)	90.5 ± 7.6	90.8 ± 7.2	86.6 ± 10.1	< 0.001
LV ejection fraction (%)	52.5 ± 11.3	52.1 ± 11.7	55.3 ± 8.4	0.12

Data are shown as count (%), mean ± SD or median (interquartile range)

*BMI* body mass index, *COPD* chronic obstructive pulmonary disease, *ACEi* angiotensin-converting enzyme inhibitor, *ARB* angiotensin receptor blocker, *SBP* systolic blood pressure, *LV* left ventricular

Source:

Ameri P, Inciardi RM, Di Pasquale M, Agostoni P, Bellasi A, Camporotondo R, Canale C, Carubelli V, Carugo S, Catagnano F, Danzi G, Dalla Vecchia L, Giovinnazzo S, Gnechi M, Guazzi M, Iorio A, La Rovere MT, Leonardi S, Maccagni G, Mapelli M, Margonato D, Merlo M, Monzo L, Mortara A, Nuzzi V, Piepoli M, Porto I, Pozzi A, Provenzale G, Sarullo F, Sinagra G, Tedino C, Tomasoni D, Volterrani M, Zaccone G, Lombardi CM, Senni M, Metra M. Pulmonary embolism in patients with COVID-19: characteristics and outcomes in the Cardio-COVID Italy multicenter study. Clin Res Cardiol. 2020 Nov 3:1–9. doi: 10.1007/s00392-020-01766-y.

Lien vers l'article:

<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33141251/>

# Exemples des questions

## E1. Lesquelles des affirmations suivantes sont correctes?

- A. La variable *Saturation en oxygène (%)* est une variable quantitative
- B. La variable *Saturation en oxygène (%)* est une variable qualitative
- C. La variable *Fréquence respiratoire  $\geq 22/min$*  est une variable quantitative
- D. La variable *Fibrillation atriale* est une variable qualitative
- E. La variable *Fréquence respiratoire  $\geq 22/min$*  est une variable qualitative

R1. A, D,E

# Exemples des questions

## E2. Les auteurs ont choisi de montrer:

- A. la moyenne et l'erreur-type pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle suit la distribution gaussienne
- B. la moyenne et l'écart-type pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle suit la distribution gaussienne
- C. la médiane (intervalle interquartile, IQR) pour la variable *Fréquence cardiaque (bpm)* parce qu'elle ne suit pas la distribution gaussienne
- D. Les fréquences absolue et relative pour la variable *Fréquence respiratoire  $\geq 22/\text{min}$*
- E. Nombre de cas et les pourcentages pour la variable *Fréquence respiratoire  $\geq 22/\text{min}$*

**R2. B, D, E**

# Exemples des questions

**E3. Les valeurs de saturation en oxygene (%) ont été comparées entre les deux groupes de sujets au moyen du:**

- A. Test t de Student pour échantillons indépendantes
- B. Test t de Student pour échantillons dépendantes
- C. ANOVA a un facteur
- D. test de Z pour échantillons indépendantes
- E. ANOVA à mesures répétées

**R3. A**

# Exemples des questions

## **E4. La formulation des hypothèses statistiques concernant la comparaisons des valeurs pour la Saturation d'oxygène ( $SO_2$ , %) :**

- A. **H0:** Il n'y a pas de différence significative entre les moyennes de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire
- B. **H0:** Il n'y a pas de différence significative entre les médianes de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire
- C. **H1:** Il a une différence significative entre les distributions de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire
- D. **H1:** Il a une différence significative entre les fréquences de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire
- E. **H1:** Il y a une différence significative entre les moyennes de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire

**R4. A, E**

# Exemples des questions

## **E5. Interprétation de la p-valeur concernant la comparaisons des valeurs de $SO_2$ :**

- A. parce que  $p < 0,05$  on rejette  $H_0$  donc nous sommes en faveur de  $H_1$
- B. parce que  $p < 0,05$  on rejette  $H_1$  donc nous sommes en faveur de  $H_0$
- C. parce que  $p \geq 0,05$  on ne rejette pas  $H_0$  donc on accepte  $H_0$
- D. Il y a une différence significative entre les moyennes de  $SO_2$  chez les patients atteints de COVID-19 qui ont développé l'embolie pulmonaire et les ceux qui n'ont pas d'embolie pulmonaire
- E. la différence observée entre les moyennes de  $SO_2$  n'est pas significative et elle est due aux fluctuations d'échantillonnage

**R4. A, D**

# Exemples des questions

**E6. Interprétation des résultats concernant la comparaisons des variances de  $\text{SO}_2$  (on considère  $\alpha=0,05$ , valeur critique de la quantile=0,69)**

- A. la région du rejet (RR) du test est  $[-\infty; -0,69] \cup [0,69; +\infty]$
- B. la région du rejet du test (RR) est  $[0,69; +\infty]$
- C. la région du non-rejet du test (RnonR) est  $(0; +0,69)$
- D. la statistique du test utilisé est égale a 1,968
- E. Il n'y a pas de différence significative entre les variances de  $\text{SO}_2$  sur les deux populations car la statistique appartient au RR

**R6. B, C, D**



# Solution

	NoPE	PE
taille de l'echantillon	$n_1=637$	$n_2=52$
ecart-type (S)	7.2	10.1
variances ( $S^2$ )	51.84	102.01

$$F = \begin{cases} \frac{S_2^2}{S_1^2}, \text{pour } S_2^2 > S_1^2 \\ \frac{S_1^2}{S_2^2}, \text{pour } S_1^2 > S_2^2 \end{cases}$$

- suit la loi de Fisher avec (51, 636) d.d.l

$$RR = [F_{51,636}; \infty) = [0,69; \infty)$$

# Exemples des questions

**E7. Interprétation des résultats concernant la comparaisons des moyennes de  $\text{SO}_2$  (on considère  $\alpha=0,05$ , valeur critique de la quantile=1,963)**

- A. la région du rejet (RR) du test est  $[-\infty; -1,963] \cup [1,963; +\infty]$
- B. la région du rejet (RR) du test est  $[1,963; +\infty]$
- C. la région du non-rejet du test (RnonR) est  $(-1,963; +1,963)$
- D. la statistique du test utilisé est égale a 2,938
- E. Il y a une différence significative entre les moyennes de  $\text{SO}_2$  sur les deux populations car la statistique appartienne au RR

**R7. A, C,D, E**

# Solution

	NoPE	PE
taille de l'echantillon	$n_1=637$	$n_2=52$
moyennes	90.8	86.6
ecart-type (S)	7.2	10.1
variances ( $S^2$ )	51.84	102.01

$$t = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$
$$t = \frac{90,8 - 86,6}{\sqrt{\frac{51,84}{637} + \frac{102,01}{52}}}$$

$$t_{\alpha/2} = 1,963$$

$$RR = [-\infty; -1,963] \cup [1,963; +\infty]$$

$$t_{\text{observé}} = t_o = 2,938$$

“

The combination of some data and an aching desire for an answer does not ensure that a reasonable answer can be extracted from a given body of data.

— John Tukey, *Exploratory Data Analysis*

”

**Merci de votre  
attention!**

Les Graphiques (avec des simulations numériques) du cours ont été réalisés par  
Mihaela Iancu avec:  
R software environment for statistical computing and graphics

